【問1】

以下は，3次ベジエ曲線に関する問題である．[　　　]に最も適するものを解答群から選び,記号で答えよ．なお，図中の赤線は3次ベジエ曲線$C(t)(0 \leqq t \leqq 1)$を，青点はその制御点を表している．また，制御点をP_0, P_1, P_2, P_3で表し，P_0を始点(t=0)，P_3を終点(t=1)とする．

(a) 図1.1は与えられた制御点に対する3次ベジエ曲線を描画した図であるが，[　　] ため不適切な図であることがわかる．

【解答群】

ア．P_1を通過していない　イ．P_2を通過していない

ウ．P_3を通過していない　エ．P_0での接線方向が誤っている

オ．P_0を通過している

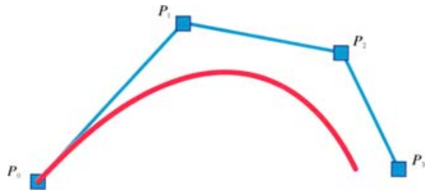


図1.1

(b) 図1.2は与えられた制御点に対する3次ベジエ曲線を描画した図であるが，[　　　]ため不適切な図であることがわかる．

【解答群】

ア．P_1を通過していない　イ．P_2を通過していない

ウ．P_0での接線方向が誤っている

エ．P_3での接線方向が誤っている

オ．P_0を通過している

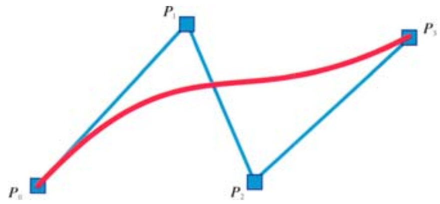


図1.2

(c) 図1.3は与えられた制御点に対する3次ベジエ曲線を描画した図であるが，[　　　]ため不適切な図であることがわかる．

【解答群】

ア．変動減少性を満足している

イ．変動減少性を満足していない

ウ．直線再現性を満足していない

エ．凸包性を満足している

オ．凸包性を満足していない

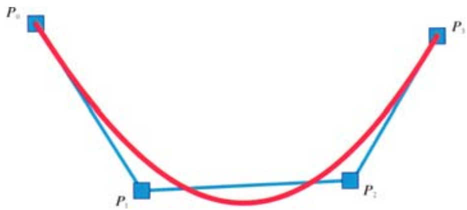


図1.3

(d) 図1.4は与えられた制御点に対する3次ベジエ曲線を描画した図であるが，[　　　]ため不適切な図であることがわかる．

【解答群】

ア．変動減少性を満足している

イ．変動減少性を満足していない

ウ．直線再現性を満足していない

エ．凸包性を満足している

オ．凸包性を満足していない

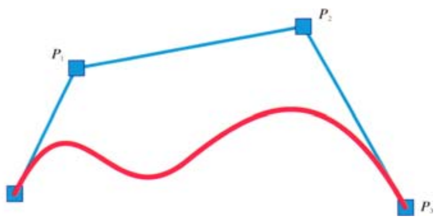


図1.4

(e) 図1.5はド0カステリョ(de Castettau)のアルゴリズムを用いて3次ベジエ曲線上の点$C(t)$を計算する方法を示した図であるが，[　　　]ため不適切な図であることがわかる．

【解答群】

ア．内分ノ点の算出法が誤りである

イ．外分点の算出法が誤りである

ウ．内分″点の計算回数が誤りである

エ．外分点の計算回数が誤りである

オ．適用できない曲線に用いている

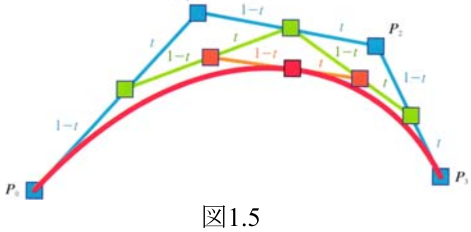


図1.5

【問2】

以下は，パラメトリック曲面に関する問題である．(a)～(d)の問いに最も適するものを解答群から選び，記号で答えよ．

(a) パラメトリック曲面についての記述として，不適切なものはどれか．

【解答群】

ア．おのおのの座標がパラメータu, vの関数，S=$F(u, v)$として表現される．

イ．ベジエ曲面，Bスプライン曲面，有理ベジエ曲面，NURBS曲面はアフィン不変性をもつ．

ウ．ベジエ曲面には射影不変性がある．

エ．Bスプライン曲面には2次曲面の再現性がない．

(b) 双3次クーンズ曲面について述べた記述として，正しいものはどれか．

【解答群】

ア．$(n+1)\times(m+1)$個の格子状に並べた制御点$\{P_{ij}\}$で定義される．

イ．制御点$\{P_{ij}\}$とu方向，v方向のノット列(ノットベクトル)$\{u_i\}$, $\{v_j\}$によって定義される．

ウ．四辺形パッチの四隅で位置ベクトルS，2つのパラメータ方向への接ベクトルS_u, S_v，1個のねじれベクトルS_{uv}から構成される．

エ．制御点$\{P_{ij}\}$と各制御点に対応する重み$\{w_{ij}\}$，u方向とv方向のノット列$\{u_i\}$，$\{v_j\}$にによって定義した区分有理式曲面である．

(c) パラメトリック曲面とポリゴン曲面について述べた記述として，正しいものはどれか．

【解答群】

ア．ポリゴン曲面は，必ず三角形のみから構成される．

イ．パラメトリック曲面は，平面再現性がない．

ウ．NURBS曲面はBスプライン曲面の性質をもつが，有理ベジエ曲面の性質はもたない．

エ．ポリゴン曲面表現のレンダリングは，一般的にハードウェアによる高速化が利用しやすい．

(d) ベジエ曲面について述べた記述として，正しいものはどれか．

【解答群】

ア．局所性が非常に高い．

イ．双3次ベジエ曲面の場合，制御点は3× 3の合計9個である．

ウ．ベジエ曲面の四隅の位置は制御点に一致する．

エ．ベジエ曲面は，ねじれベクトルのみで表されるので使いやすい．

【問3】

以下は，曲線･曲面に関する問題である．[　　　]に最も適するものを解答群から選び,記号で答えよ．

(a) 図 3.1 で示された楕円錐面を陰関数形式で表すと，以下のようになる．

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0 \quad (a,b,c>0)$$

この楕円錐面をパラメータ形式で表すと[　　　]となる．

【解答群】

ア．$x=av\sin\theta, y=bv\cos\theta, z=0$　　イ．$x=av\cos\theta, y=bv\sin\theta, z=cv$

ウ．$x=av\sin\theta, y=bv\cos\theta, z=cv\sin\omega$　エ．$x=av\cos\theta, y=bv\sin\theta, z=cv\sin\omega$

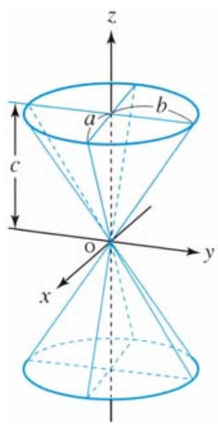
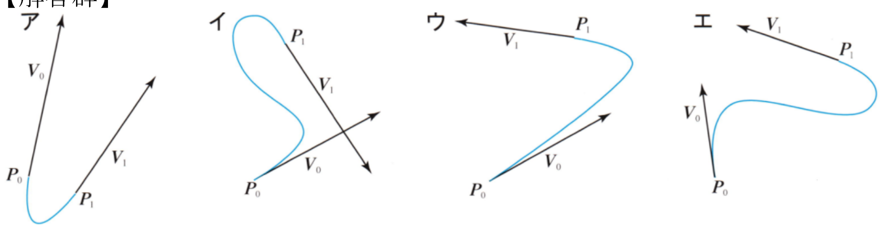


図3.1

(b) ファーガソン曲線は,端点の位置ベクトルP_0，P_1と，そこでの接ベクトルV_0，V_1を補間するものとして定義される多項式曲線である．解答群のア～エのうち，ファーガソン曲線として誤っているものは[　　　]である．

【解答群】



(c) 図2は，制御点P_0～P_3により定義される3次ベジエ曲線$P(t)$を,ド・カステリョのアルゴリズムによって2分割する方法を示している．ここで，分割する点は$t=t_0$となる点$P(t_0)$であるとし，またP_0は$P(0)$に，P_3は$P(1)$にそれぞれ一致することに注意する.このアルゴリズムでは隣接する2つの制御点の内分点を求めることを繰り返すことにより曲線を分割することができる．たとえば,図中の$P_0^1(t_0)$は線分P_0P_1をa:b=[　　　]の比に内分した点である．

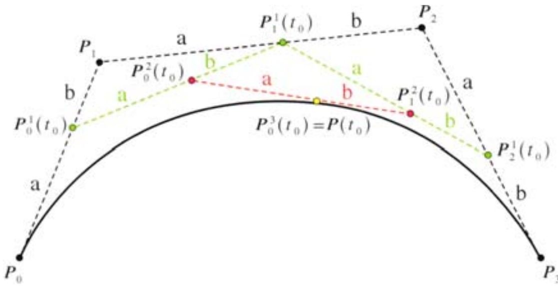


図3.2

【解答群】
ア．$t_0:(1-t_0)$　　イ．$(1-t_0):t_0$
ウ．$t_0^2:(1-t_0)^2$　　エ．$(1-t_0)^2:t_0^2$

【問4】
以下は，ベジエ曲線に関する問題である．[　　　]に最も適するものを解答群から選び，記号で答えよ．

(a) ベジエ曲線は，パラメトリック曲線の1つであり，曲線上の点の座標がパラメータの[　　　]で表される曲線で，制御点とよばれる複数の点によってその[　　　]が決まる．
【解答群】
ア．2次関数　　イ．放物線　　オ．アフィン変換　　エ．多項式　　ウ．双曲線

(b) 3次のベジエ曲線式は，4つの制御点$\mathbf{P}_0$, $\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_2$, $\mathbf{P}_3$によって

$$\mathrm{P}(t)=(1-t)^3\mathrm{P}_0+3t(1-t)^2\mathrm{P}_1+3t^2(1-t)\mathrm{P}_2+t^3\mathrm{P}_3$$

と表される．この式より$t=0$, $t=1$における点はそれぞれ[　　　]となり，曲線の両端点が制御点[　　　]に一致することがわかる．
【解答群】
ア．$\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1$　　イ．$\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_2$　　ウ．$\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_3$　　エ．$\mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3$　　オ．$\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_3$

(c) 図4.1のベジエ曲線の正確な形状は数式で求められるが，[　　　]とよばれる方法で曲線を再帰的に分割する方法でも求められる．
【解答群】
ア．平滑化　　イ．細分割法　　ウ．詳細度制御　　エ．量子化法

(d) ベジエ曲線は図4.1，図4.2のように点$\mathbf{P}_0$～$\mathbf{P}_3$を含む最小の凸多角形に含まれるという性質がある．この性質のことを[　　　]とよぶ．
【解答群】
ア．自己相似性　イ．収束性
ウ．特異性　　エ．連続性
オ．凸包性

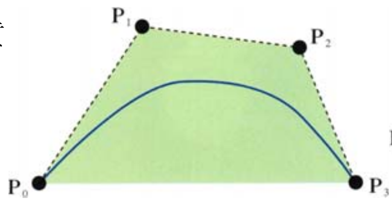


図4.1

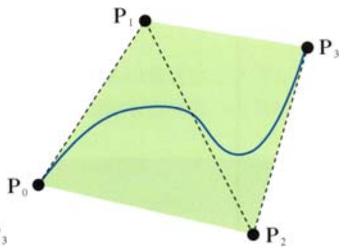


図4.2

図4.3は，3次ベジエ曲線の形状を示したものである．この曲線について，その制御点と，それらをつないだ線分の図は[　　　]である．

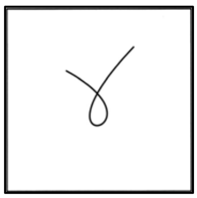
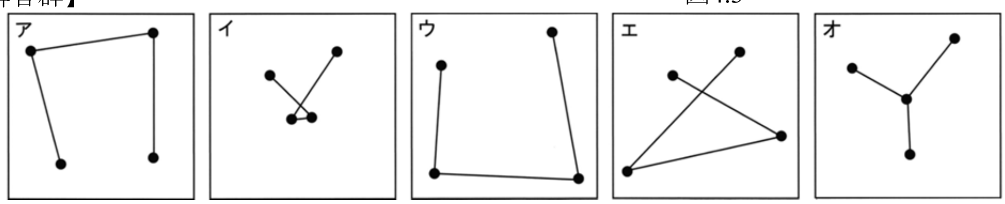


図4.3

【解答群】



【問5】

以下は，曲線に関する問題である．(a)～(e)の問いに最も適するものを解答群から選び，記号で答えよ．

(a) 関数$f(x, y)=0$によって曲線形状を表現することを何とよぶか．

【解答群】

ア．陽関数表現　イ．陰関数表現　ウ．フラクタル表現　エ．パラメトリック表現　オ．ボクセル表現

(b) 座標とは別の変数(媒介変数)tを用いて，$x=f(t)$, $y=g(t)$の形曲線形状を表現することを何とよぶか．

【解答群】

ア．陽関数表現　イ．陰関数表現　ウ．フラクタル表現　エ．パラメトリック表現　オ．ボクセル表現

(c) 代数表現として表される2次曲線は，円錐面と平面との交線として定義できることから円錐曲線ともよばれている．図5.1〈1〉は，2つの円錐を頂点でつなげたものを，真横から見て投影図を得るようすを示しており，図5.1〈2〉はその投影図に対し，どのように断面を配置して円錐面から交線を得るかを示している．解答群にあるようなxy平面上に定義される円錐曲線のうち，図5.1〈2〉中の①の断面上に現れる曲線はどれか．

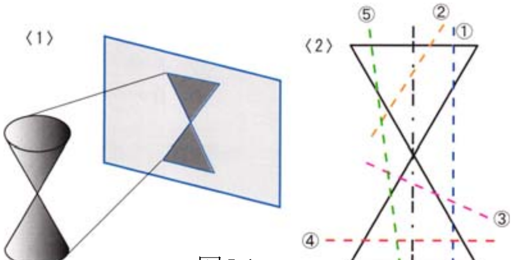


図5.1

【解答群】

ア．$x^2+y^2-r^2=0$　イ．$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}-1=0$　ウ．$y^2-ax=0$　エ．$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}-1=0$　オ．$y-ax=0$

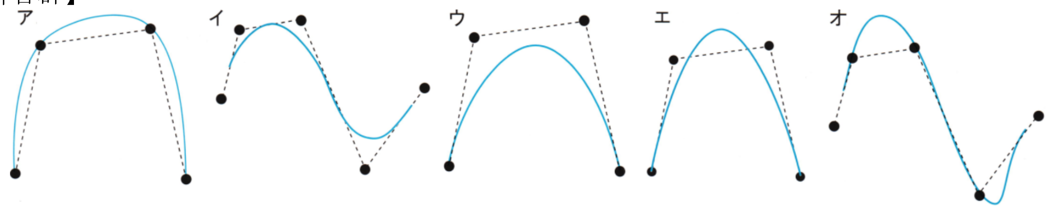
(d) 同様に図5.1において，放物線はどの断面で表現できるか．

【解答群】

ア．②の断面　イ．③の断面　ウ．④の断面　エ．⑤の断面

(e) ベジエ曲線は,描画ソフトウェアの作図機能などにおいて，自由曲線を作成する際に用いられている．とくに，4つの制御点で定義できる3次ベジエ曲線がよく用いられている．解答群の図のうち3次ベジエ曲線と制御点の関係を表すものはどれか．ただし，青色の実線がベジエ曲線,黒い点が制御点を表し，破線はその制御点を順番につなげたものとする．

【解答群】



【問6】

以下は，モデリングに関する問題である．[　　　]に最も適するものを解答群から選び，記号で答えよ．

(a) CGにおいては，数式を用いて曲線を表現することが多い．そのうちの1つであるパラメトリック曲線は，曲線上の点の位置をパラメータを用いて表現したものである．図6.1に示す曲線は，制御点とよばれる4つの点$\mathbf{P}_0$，$\mathbf{P}_1$，$\mathbf{P}_2$，$\mathbf{P}_3$の位置で形状を設計することができるパラメトリック曲線の1つであり，曲線の形が制御点に追随して変形でき，直感的制御がしやすいという特徴がある．この曲線を[　　　]とよぶ．

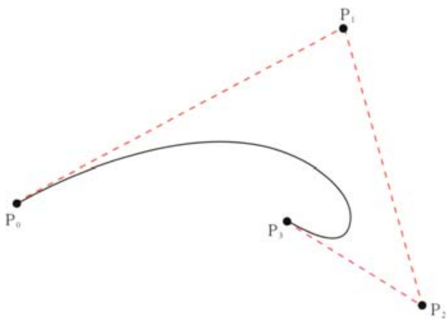


図6.1

【解答群】

ア．円錐曲線　イ．双曲線　ウ．ベジエ曲線　エ．コッホ曲線

【解答1】

(a) ウ　(b) エ　(c) オ　(d) イ　(e) ア

3次ベジエ曲線$C(t)$は，その4個の制御点を$\boldsymbol{P}_0$, $\boldsymbol{P}_1$ $\boldsymbol{P}_2$および$\boldsymbol{P}_3$,とすると次式で定義されます．

$$C(t)=(1-t)^3P_0+3(1-t)^2tP_1+3(1-t)t^2P_2+t^3P_3 \quad (1.1)$$

(a) 式(1.1)にt=0，およびt=1を代入すると，$C(0)=\boldsymbol{P}_0$，$C(1)=\boldsymbol{P}_3$,が得られます．したがって，図1.1は，$\boldsymbol{P}_3$を通過していない(端点としていない)ため不適切な図となっています．したがって，正解答はウです．

(b) 式(1.1)をtで微分すると次式が得られます．

$$dC(t)\big/dt=3\left\{(1-t)^2(P_1-P_0)+2(1-t)t(P_2-P_1)+t^2(P_3-P_2)\right\} \quad (1.2)$$

式(1.2)にt=0，およびt=1を代入すると，$dC(0)/dt=3(\boldsymbol{P}_1-\boldsymbol{P}_0)$，$dC(1)/dt=3(\boldsymbol{P}_3-\boldsymbol{P}_2)$が得られます．したがって，図1.2は，$\boldsymbol{P}_3$での接線が$\boldsymbol{P}_3-\boldsymbol{P}_2$の方向を向いていないため不適切な図となっています．したがって，正解答はエです．

(c) ベジエ曲線は凸包性(convex hull property)をもつていて，制御点によって定義される凸包みのなかに曲線が完全に包まれます．したがって，図1.3は，曲線が凸包の外にはみだしており不適切な図となっています．したがって，正解答はオです．

(d) ベジエ曲線は振動減少性(variation—diminishing property)をもつていて，任意の曲線と制御点をつないだ線分との交点数より多く，その直線とベジエ曲線は交差することはありません．したがって，図1.4は，曲線が振動しており不適切な図となっています．したがつて，正解答はイです．

(e) ド･カステリョ(de Castettau)のアルゴリズムは，ベジエ曲線上の点を計算するための効率のよい計算法となっています．隣接する制御点に対する内分を繰り返すことにより曲線上の点を算出します．図1.5は内分点の算出の方法に誤りがあり，$t:(1-t)$に内分すべきところを$(1-t):t$に内分しているため，$C(t)$ではなく$C(1-t)$を求める図となっています．したがって，正解答はアです．

【解答2】

(a) ウ　(b) ウ　(c) エ　(d) ウ

(a) 射影不変性とは，曲面に射影変換を施した結果と，射影変換を施した制御点から得られる曲面が一致することです．ベジエ曲面にはこの性質はありません．また，ベジエ曲面，Bスプライン曲面，有理ベジエ曲面，NURBS曲面はいずれもアフィン変換について不変性をもっています．

(b) 双3次クーンズ曲面は制御点ではなく，パッチ四隅の4つのベクトルで表現されます．位置ベクトル，2つのパラメータ方向への接ベクトル，そしてねじれベクトルです．

(c) ポリゴン曲面は，三角形以外の多角形面により構成される場合もあります．また，ポリゴン曲面はポリゴンを使用することでレンダリング時にハードウェアの高速化の恩恵を受けやすくなりますので，パラメトリック曲面もポリゴンで近似してから処理する方法が一般的といえます．

(d) ベジエ曲面は，四隅の頂点と制御点の位置が一致するため使いやすいパラメトリック曲面になっています．そのため，実際のCG作成においても多く利用されています．

【解答3】

(a) x平面上に描かれる楕円の回転角をθとすると，円周上の点のx, y座標値はそれぞれ$\cos\theta$, $\sin\theta$となります．また，原点からの距離に比例するパラメータをvします．またx, y, z座標値各々の係数をa, b, cとします．このとき$x= a\cos\theta$, $y=b\sin\theta$ ，$z=cv$となります．したがって，正解答はイとなります．

(b) ファーガソン曲線の両端点$\boldsymbol{P}_0$, $\boldsymbol{P}_1$における方向ベクトルは，接ベクトル$\boldsymbol{V}_0$, $\boldsymbol{V}_1$に等しくなります．ア～エのうちアは，$\boldsymbol{P}_0$における方向ベクトルが$\boldsymbol{V}_0$と逆向きになっているので，誤っています．したがって，正解答はアとなります．

(c) ベジエ曲線は，その定義法が単純であり，制御点とそれらによって定まる曲線の形状との対応関係が，デザイナーにとって直観的に把握できるため，CGやCADの分野でよく利用されています．ド･カステリョのアルゴリズムは，曲線の分割や描画に利用されています．図3.1はド･カステリョのアルゴリズムを3次ベジエ曲線に適用した例で，たとえば，$\boldsymbol{P}_{01}(t_0)$は線分P_0P_1を$a:b=t_0:(1-t_0)$に内分した点です．これを式で表すと$\boldsymbol{P}_{01}(t_0)=(1-t_0)\boldsymbol{P}_0+t_0\boldsymbol{P}_1$となることに注意してください．曲線を2分割する場合は，2つの制御点列$(\boldsymbol{P}_0, \boldsymbol{P}_{01}(t_0), \boldsymbol{P}_{02}(t_0), \boldsymbol{P}_{03}(t_0))$, $(\boldsymbol{P}_{03}(t_0), \boldsymbol{P}_{12}(t_0), \boldsymbol{P}_{21}(t_0), \boldsymbol{P}_3)$が，新しくできる2つのベジエ曲線の制御点となります．したがって，正解答はアとなります．

【解答4】

(a) エ　(b) ウ　(c) イ　(d) オ　(e) エ

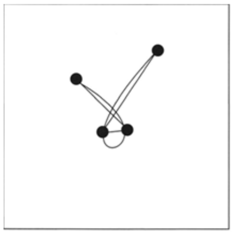
(a) パラメトリック曲線の1つであるベジエ曲線は，制御点とよばれる複数の点に基づいて定義される多項式曲線です．

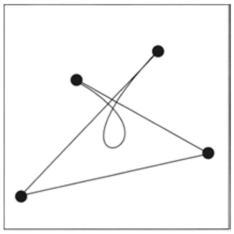
(b) ベジエ曲線は，曲線の両端点が両端の制御点$\boldsymbol{P}_0$, $\boldsymbol{P}_3$に一致し，そこでの接ベクトルが，両端の制御点とそれぞれの隣の制御点を結んだ向きに一致します．この性質を端点一致性といいます．

(c) 任意のパラメータt=($0 \leqq t \leqq 1$)で，新たな2つのベジエ曲線に分割することができます．これを細分割法とよびます．また，この分害Jのアルゴリズムは，ド・カステリョのアルゴリズムとよばれています．

(d) ベジエ曲線は，制御点を含む最小の凸多角形に含まれるという性質があります．その性質を凸包性といいます．

(e) この問題は，曲線の形状から，制御ポリゴンの形状を推定する問題です．まず設問(b)で解説したように，ベジエ曲線の両端点が制御点に一致することから，正解答はイあるいはエであることがわかります．また，ベジエ曲線の形状は，制御ポリゴンから構成される凸包のなかに含まれる，という性質から，エであることがわかります．


解答群イの図


解答群エの図

【解答5】

(a) イ　(b) エ　(c) エ　(d) ア　(e) ウ

(a) 曲線は，座標を表す数式で表現されます．その1つが，問題のように$f(x, y)=0$を満たすxとyの組として，座標(x, y)を表現する方法です．これを，陰関数表現といいます．

(b) 陰関数表現とは異なり，座標を$x=f(t)$, $y=g(t)$のように別の変数t(媒介変数またはパラメータ)で表現する方法があります．これをパラメトリック表現といいます．

(c)(d) 円錐曲線は，曲線の形から，楕円，双曲線，そして，放物線の3種類に分類されます．そしてこれらは円錐面と平面との交線として定義でき，円錐の母線に対する平面の角度によって，交線の形状が決まります．具体的には，円錐の母線と平行な断面②では放物線，母線より浅い角度の断面①と⑤では双曲線，深い角度の断面③で交わると楕円が生じます．またとくに，円錐の軸と垂直になる(底面に平行になる)断面④の場合は，交線は円となります．

(e) パラメトリック表現形式で代表的な曲線として，3次ベジエ曲線があり，この場合制御点の個数は4になります．また形としての特徴は，ベジエ曲線はかならず両端が制御点に一致することや，曲線がすべての制御点を含む最小の凸多角形のなかに含まれること(凸包性)があります．前者(曲線の両端が制御点に一致する特徴)に該当する解答はア，ウ，エですが，後者(凸包性)はイ，ウが該当するので，正解答はウとなります．

【解答6】

(a) ウ

(a) 図1の曲線は,文字の輪郭線を表現するアウトラインフォントにも用いられているベジエ曲線とよばれる曲線です．この問題の場合は，4つの制御点で定まる3次ベジエ曲線となっています．したがつて，正解答はウとなります．