

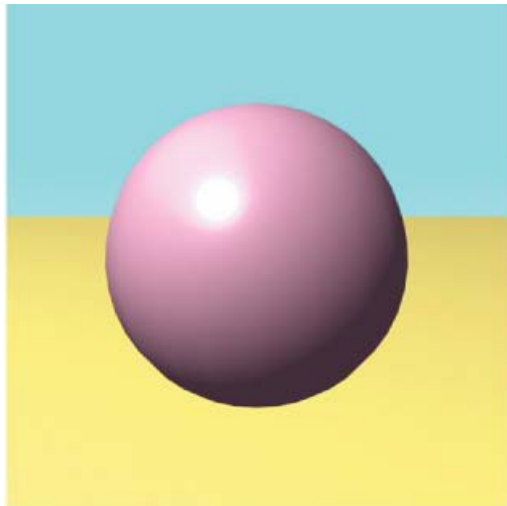
# コンピュータグラフィックス

## 9. レンダリング2

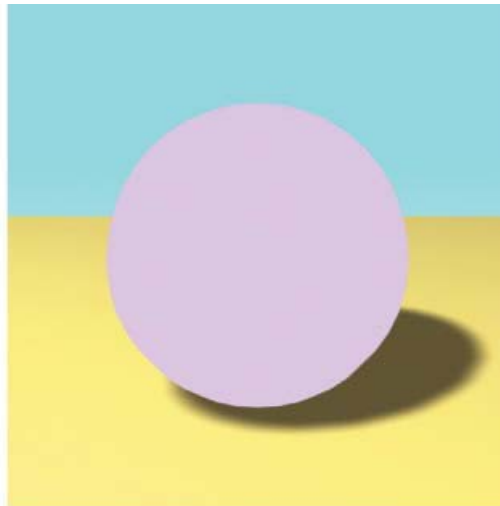
### － シェーディング －

# シェーディングと影付け

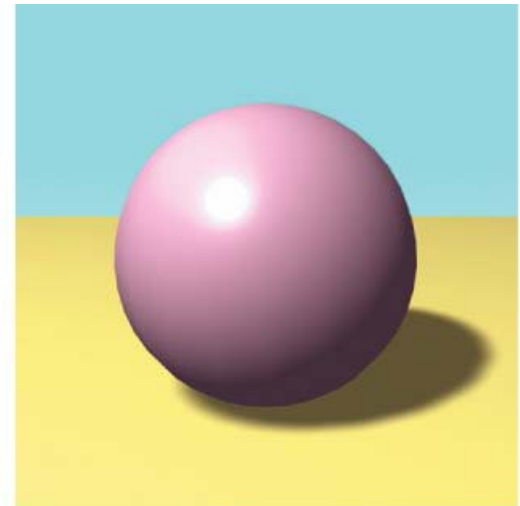
- 光の当たり具合によって濃淡が変化する部分の明るさを計算して表示することをシェーディングと呼ぶ
- 他の物体や面によって光がさえぎられた領域には影付けを行う



[a] シェーディングのみ



[b] 影付けのみ



[c] シェーディングと影付けの両方を施した場合

# 放射量と測光量

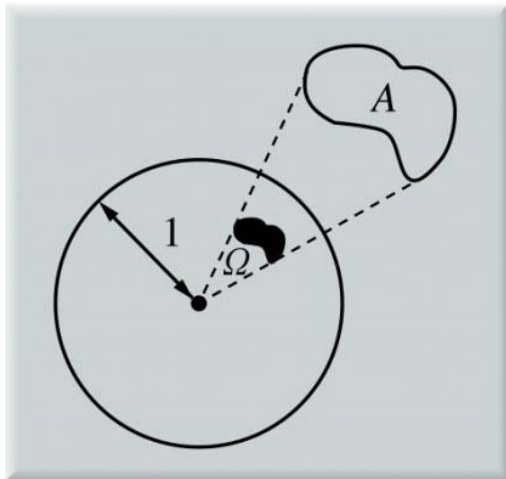
- 光学では光の物理的なエネルギーを放射量として、照明工学では目というフィルタを通した光を測光量として扱うが、シェーディングの基礎となる照明工学を扱う

## ① 光束

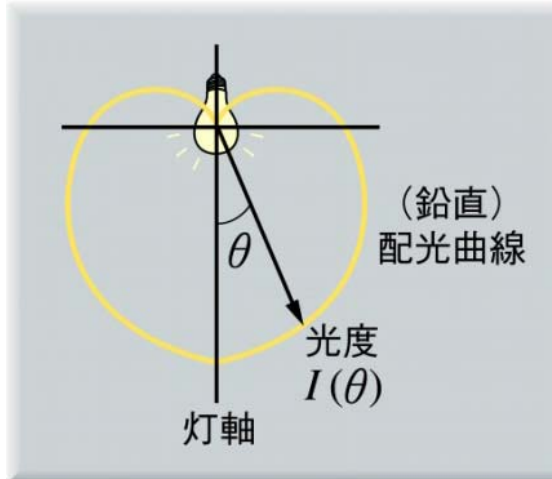
- 単位時間にある面を通過するエネルギー量放射則を目のフィルタ(視感度)に通して見た量を光束と呼びlm(ルーメン)で表す

## ② 光度

- 点光源のある方向への光度は、光源を頂点とする単位立体角内に放射される光束で定義しcd(カンデラ)で表す
- 光源の空間に対する光度分布を配光特性と呼ぶ



立体角



配光特性



kandelaar

# 放射量と測光量

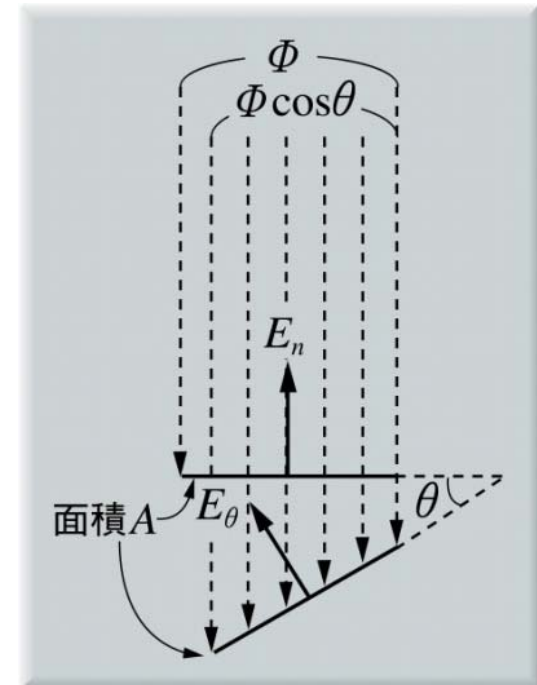
## ③ 照度

- 単位面積当りに入射する光束でlx(ルクス)で表す
- 半径  $r$  の球の中心に全方向への光度が  $I$  の光源を置いたとき、全光束は  $\Phi = 4\pi I$  で、球の内側の全面積  $A = 4\pi r^2$  に入射するので、球面上の任意の点の照度  $E$  は次の式で与えられ距離の2乗に逆比例する(逆2乗の法則)

$$E_n = \frac{\Phi}{A} = \frac{4\pi I}{4\pi r^2} = \frac{I}{r^2}$$

- 面積  $A$  に垂直に光束  $\Phi$  が入射しているとき面上の照度は  $E_n = \Phi/A$  となり、この面を角度  $\theta$  傾けたときの照度  $E_\theta$  は次式で与えられる(入射角余弦の法則)

$$E_\theta = \frac{\Phi \cos \theta}{A} = E_n \cos \theta$$



入射角余弦の法則

# 放射量と測光量

## ④ 光束発散度

- 単位面積から発散する光束が光束発散度で $lm/m^2$ で表す
- 単位面積に入射する光束の照度と逆の関係

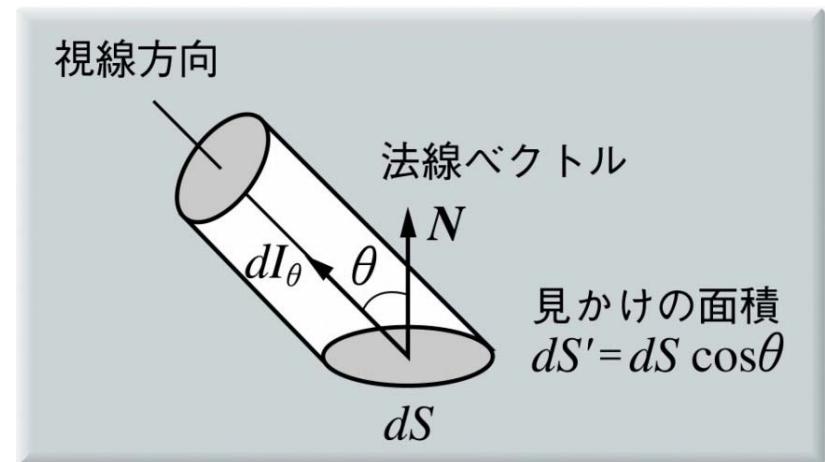
## ⑤ 輝度

- 反射面や発光面をある角度から見たとき、その方向への光度を見かけの面積で割った値で、眼で見たときに感じる明るさ
- $\theta$ 方向の光度を $l_\theta$ 、見かけの面積を $dS'$ とすると、 $\theta$ 方向の輝度 $L_\theta$ は次式で与えられ、単位は $cd/m^2$

$$L_\theta = \frac{dl_\theta}{dS'} = \frac{dl_\theta}{dS \cos \theta}$$

- どの方向から見ても輝度の等しい表面を完全拡散面と言い法線方向の光度 $dl_n$ と $\theta$ 方向の光度 $dl_\theta$ の間には次のランバートの余弦即が成り立つ

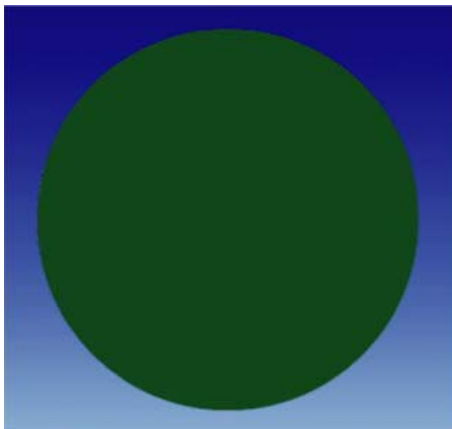
$$dl_\theta = dl_n \cos \theta$$



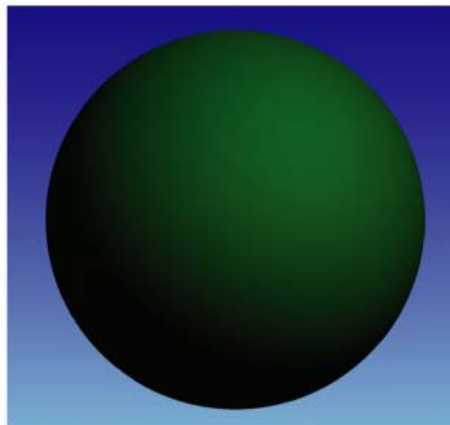
輝度

# シェーディングモデル

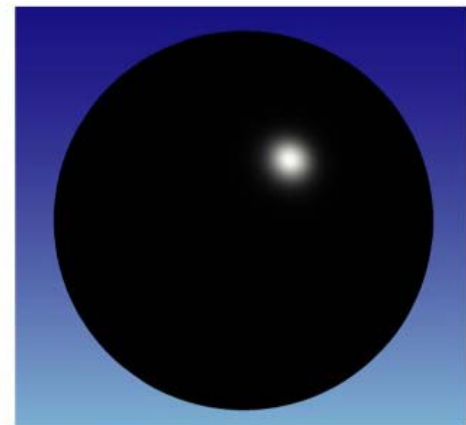
- 直接光に関して照明計算を行う局所照明モデルと間接光まで考慮する大域照明モデルに分類される
- 光源は太陽光の様な平行光線, 1点から放射状に広がる点光源, 長さを持つ線光源, 大きさを持つ面光源に分けられる
- 直接光は光源から出た光で, 間接光は光源から出た光が他の物と相互作用を起こしたもの
- 間接光は反射光(鏡面反射, 拡散反射), 物質を通過した透過光, 微粒子で散乱された散乱光に分けられる



[a] 環境光



[b] 拡散反射光



[c] 鏡面反射光

# シェーディングモデルの発展

- 1960-70年代の平行光線や点光源による基礎的な手法から1980年代には配光特性や線光源, 面光源, 多面体光源間接光を考慮した手法が開発された
- 反射も物体表面から, 内部の深い部分での多重散乱後後に出てくる光を精密に扱うBSSRDF等が開発されている
- 反射光が他の物体を照らす明暗の分布, 水面の屈折光が水底に作る集光現象, 大気中の微粒子による散乱・減衰, 光の干渉・回折現象等よりリアルなシェーディングモデルが登場している



[a] BRDFを用いたレンダリング



[b] BSSRDFを用いたレンダリング



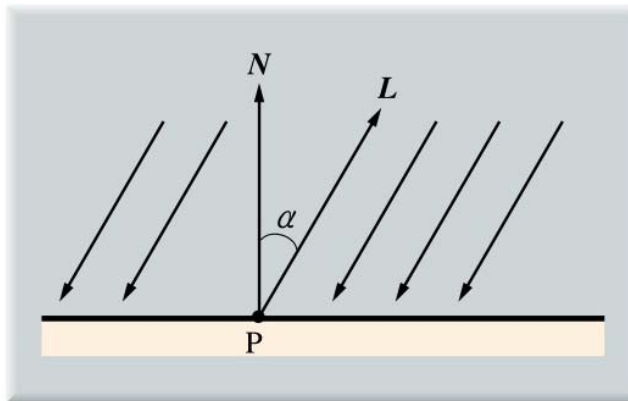
光の干渉現象

# 平行光線の拡散反射

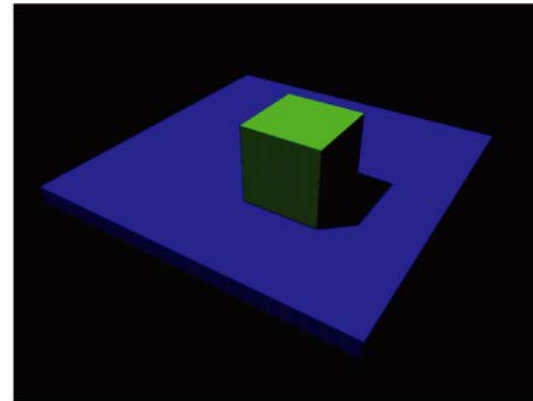
- どの方向から見ても物体面の輝度が一定となる反射を拡散反射と呼ぶ
- 入射角 $\alpha$ の平行光線で照射された拡散反射光の強さ $I$ は

$$I = k_d I_i \cos \alpha = k_d I_i (\hat{N} \cdot \hat{L})$$

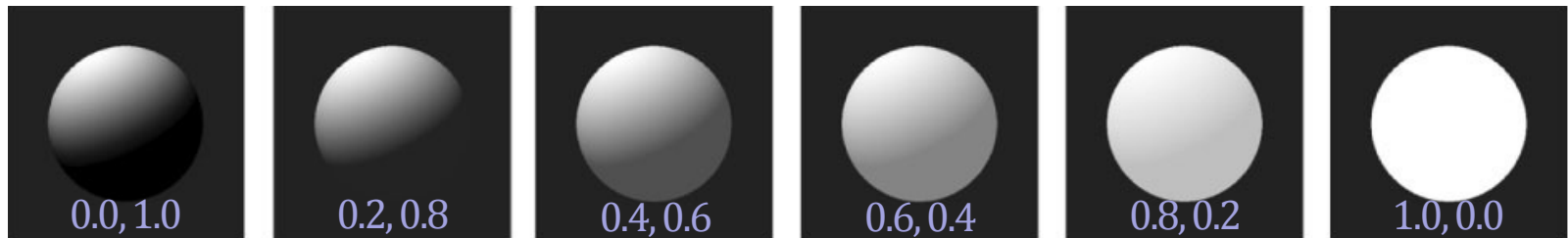
$k_d$  : 拡散反射率  
 $I_i$  : 入射光の強さ



[a] 平行光線による拡散反射成分の計算



[b] 平行光線により照射された物体



環境光に対する反射率 $k_r$ と拡散反射率 $k_d$ の変化にともなう陰影の違い

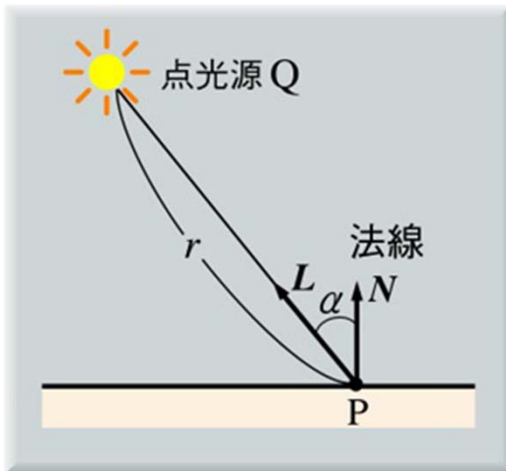


# 点光源の拡散反射

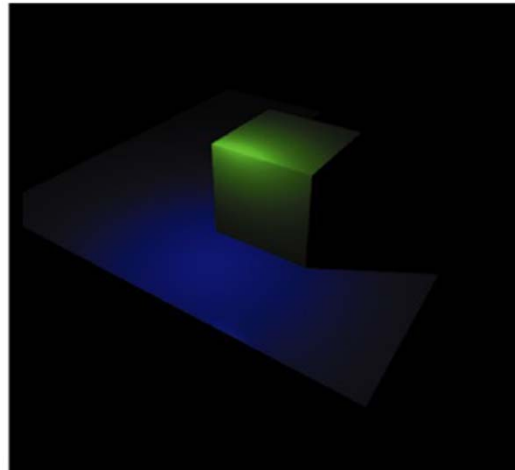
- 点光源の光の強度は光源からの距離2乗に反比例
- 入射角 $\alpha$ の点光源による物体面の拡散反射の強さ $I$ は

$$I = \frac{k_d I_q}{r^2} \cos \alpha = \frac{k_d I_q}{r^2} (\hat{N} \cdot \hat{L}) \quad \begin{array}{l} k_d : \text{拡散反射率} \\ I_q : \text{点光源の光度} \end{array}$$

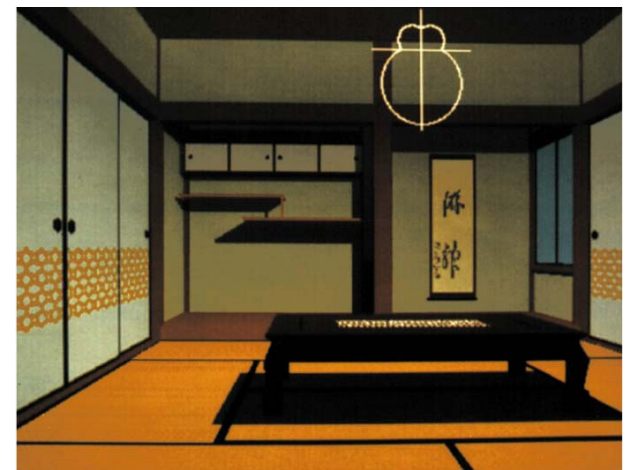
- 全ての光源は大きさを持つが、物体から比較的離れた小さな光源は点光源と見なすことが可能
- 実際の光源は固有の配光特性を持つ



[a] 点光源による拡散反射成分の計算



[b] 点光源により照射された物体



光源の配光特性を考慮した表示

# 線光源の拡散反射

- 線光源は直線状に連続的に並んだ点光源として計算可能
- 線光源の長さ方向の断面では、配光特性は光源を中心にした円形となる
- 面上の点Pの反射光の強さ $I$ は、光源の長さ方向 $L$ の積分式で表される

$$I = k_d I_q \int_0^L \frac{\cos \theta}{r^2} \cos \alpha \, dL$$

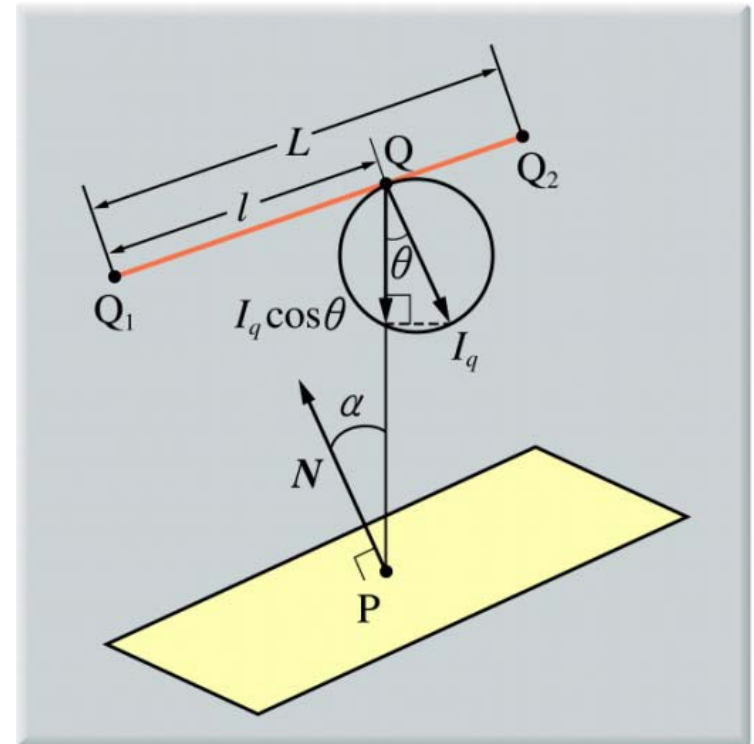
$k_d$  : 拡散反射率

$I_q$  : 線光源の単位長さあたりの灯軸方向の光度

$\theta$  : 点Pと線光源上の点Qを結ぶ線分と灯軸のなす角度

$\alpha$  : 点Pと点Qを結ぶ線分と法線のなす角度

$r$  : PQ間の距離



# 面光源の拡散反射

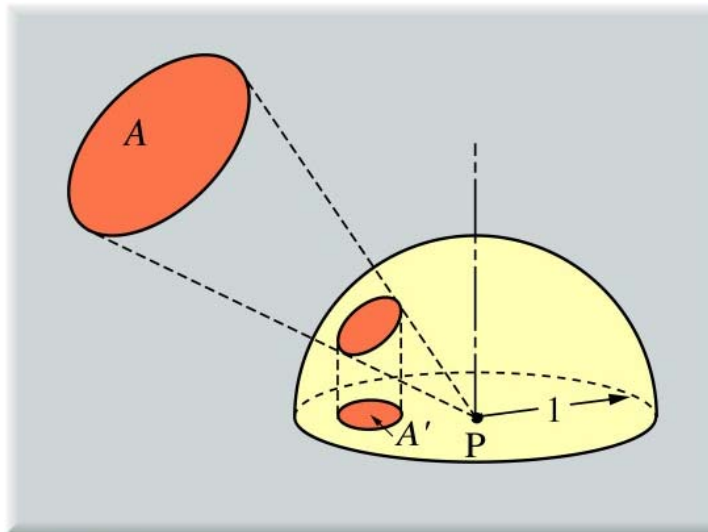
- 大きさ $A$ を持つ輝度 $L_a$ に対する反射光の強さ $I$ は、点 $P$ での光源の立体角の正射影面積 $A'$ に比例する

$$I = k_d L_a A' \quad k_d : \text{拡散反射率}$$

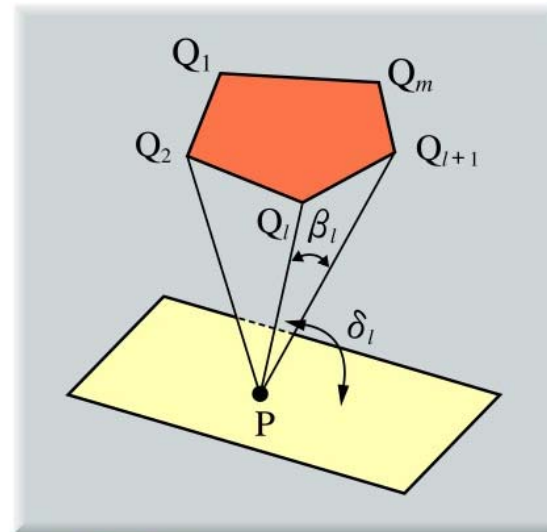
- 輝度 $L_a$ の $m$ 角形の光源に対する反射光の強さ $I$ は

$$I = \frac{k_d L_a}{2} \sum_{i=1}^m \beta_i \cos \delta_i$$

$\beta_i$  :  $PQ_i$ と $PQ_{i+1}$ のなす角  
 $\delta_i$  : 三角形線 $PQ_iQ_{i+1}$ の法線と被照射面の法線のなす角度



[a] 輝度の求め方



[b] 境界積分法

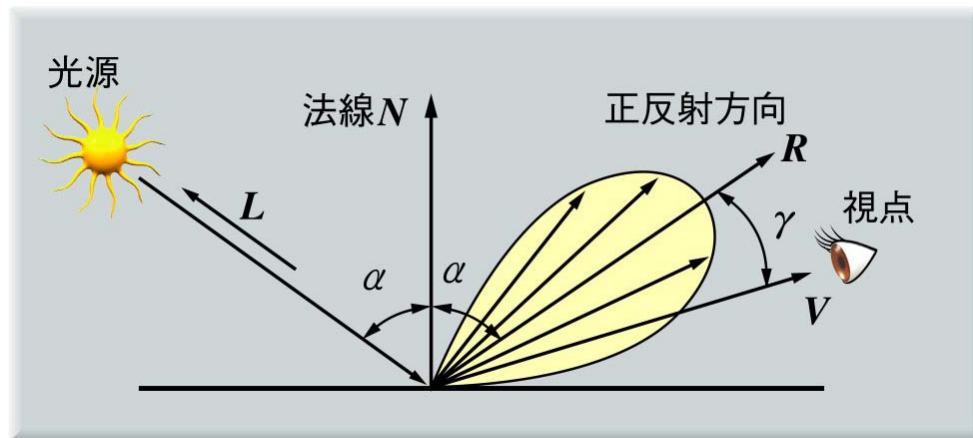
# 鏡面反射

- 拡散反射は物質内の浅い部分で多重散乱した光であるのに対し、鏡面反射は物質表面での直接反射で生じる
- フォンのモデルで強さ $I_i$ の入射光に対する鏡面反射光の強さ $I$ は視線方向と正反対方向のなす角 $\gamma$ により

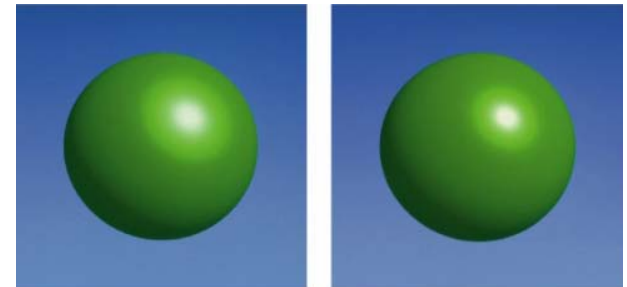
$$I = W(\alpha) I_i \cos \gamma^n \quad \gamma = \angle(\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{V}})$$

$W(\alpha)$  : 鏡面反射率

$n$  : ハイライト特性制御

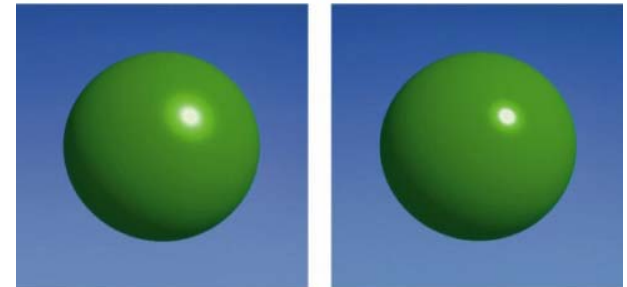


鏡面反射



[a]  $n = 2$

[b]  $n = 5$



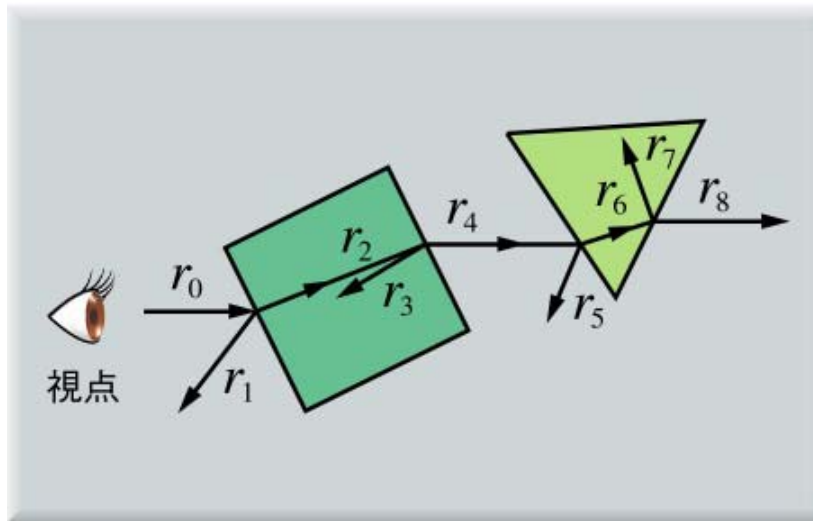
[c]  $n = 10$

[d]  $n = 20$

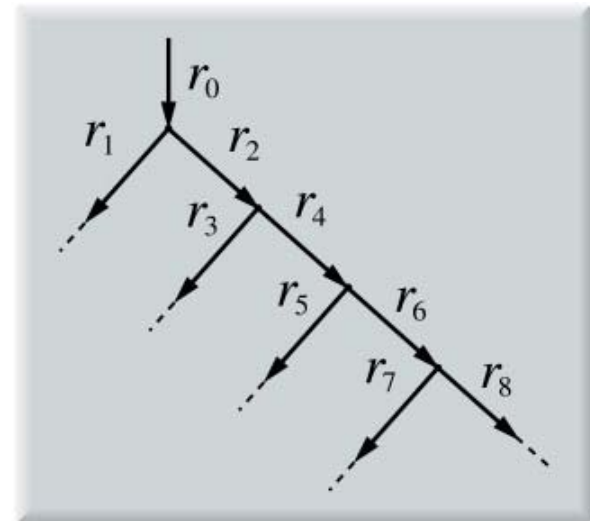
フォンのモデルによるハイライトの違い

# レイトレーシング法による反射と透過・屈折

- レイトレーシング法は反射，透過・屈折の度にレイを分割し，拡散反射面に当たるか交差する物体がなくなるまで再帰的に繰り返す
- 計算に時間がかかるため，光の減衰やレイの分割回数に応じて追跡を中止する工夫が取られる



[a] 光の反射と屈折



[b] 光線の追跡過程の二分木表現

# 正反対方向ベクトル

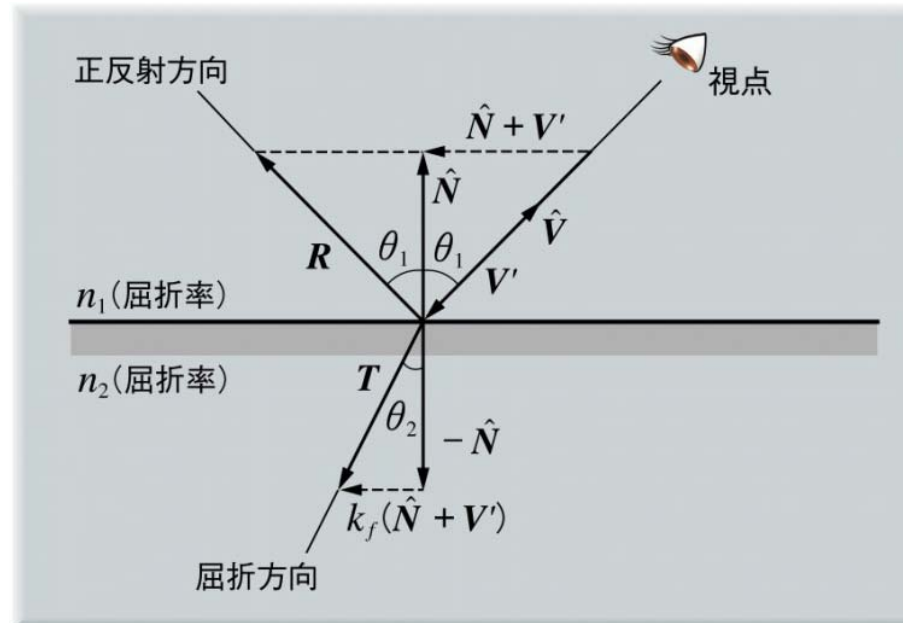
- 鏡のような物体表面に入射したレイが面の法線に対して入射角と等しい角度で反射する正反対方向ベクトル $\mathbf{R}$ とその単位ベクトル $\hat{\mathbf{R}}$ は

$$\mathbf{R} = \mathbf{V}' + 2\hat{\mathbf{N}}, = -\frac{\hat{\mathbf{V}}}{|\hat{\mathbf{V}} \cdot \hat{\mathbf{N}}|} + 2\hat{\mathbf{N}}$$

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{R}}{\|\mathbf{R}\|} = -\frac{\hat{\mathbf{V}}}{|\hat{\mathbf{V}} \cdot \hat{\mathbf{N}}|} + 2\hat{\mathbf{N}}$$

$\hat{\mathbf{N}}$  : 面の単位法線ベクトル

$\hat{\mathbf{V}}$  : 視線方向への単位ベクトル



# 屈折方向ベクトル

- レイが屈折する効果の係数 $k_f$ で屈折方向ベクトル $T$ を表すと

$$T = k_f(\hat{N} + V') - \hat{N}$$

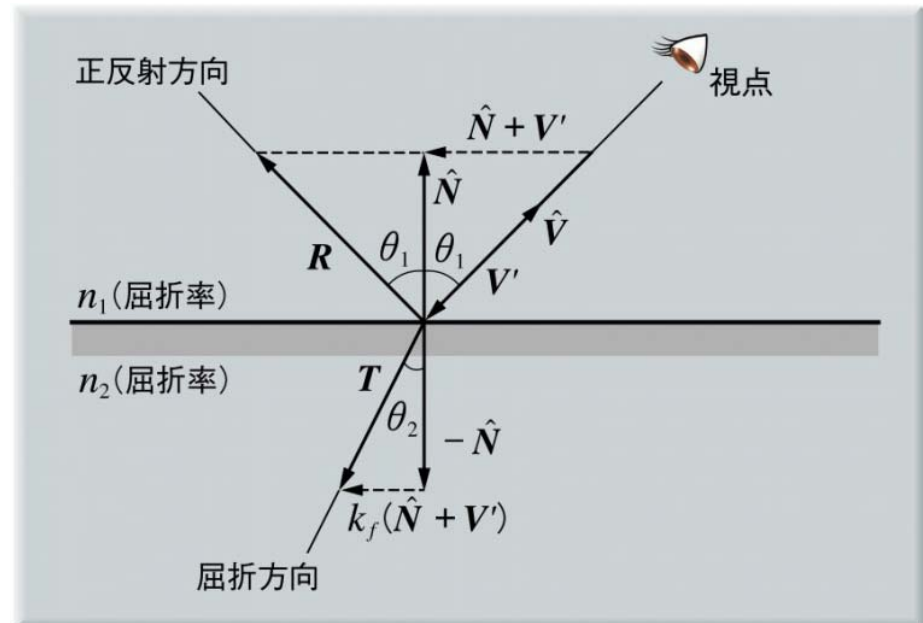
$k_f = 1$  : レイが屈折率の同じ  
媒質中を直進

$k_f < 1$  : 屈折率低 $\Rightarrow$ 屈折率大

$k_f > 1$  : 屈折率大 $\Rightarrow$ 屈折率小

- 屈折率 $n_1, n_2$ の媒質の  
相対屈折率 $n$ は

$$n = \frac{n_2}{n_1} \\ = \frac{\|k_f(\hat{N} + V') - \hat{N}\|}{k_f \|V'\|}$$



# 反射率と透過率

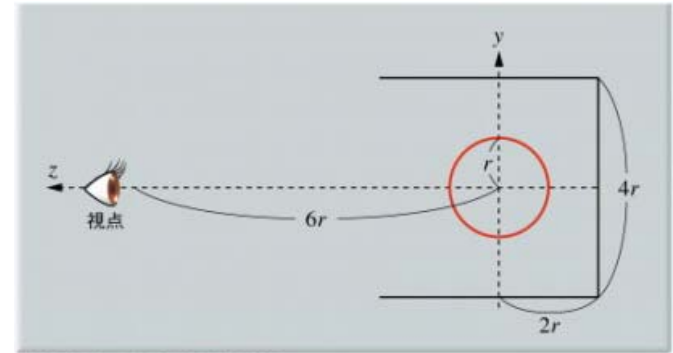
- 異なる屈折率持つ媒質の境界での反射率 $k_r$ は

$$k_r = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)} + \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(g - c)^2}{(g + c)^2} \left\{ 1 + \left\{ \frac{c(g + c) - 1}{c(g - c) - 1} \right\}^2 \right\}$$

$\theta_1$  : 入射角,  $\theta_2$  : 屈折率

$$c = \cos \theta_1, g^2 = n^2 + c^2 - 1$$



[b] 上図[a]における球と背景の配置

- 視点側に届く光の強さ $I_V$ は反射と屈折方向の光の強さ $I_r$ と $I_t$ を用いて

$$I_V = k_r I_r + k_t I_t$$

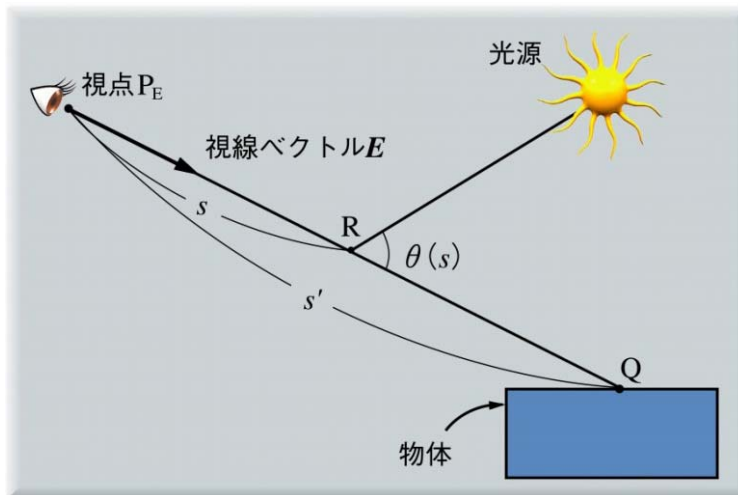


[a] 屈折率の違いによる画像の変化



# 散乱・減衰

- 光が通過する媒体が散乱粒子を含むと散乱・減衰が生じる
- レイトレーシング法を拡張したレイマーチング法を用いる
  - レイに沿って微小距離ずつ移動しながら、視点に到達するまでの減衰を考慮して散乱光を加算
  - 視線方向 $E$ と光源方向とのなす角 $\theta$ の関数で粒子の散乱特性を表す位相関数を用いて点 $R$ の散乱を計算
  - 位相関数の分布形状は散乱粒子の大きさと光の波長に大きく依存



[a] 霧の表示



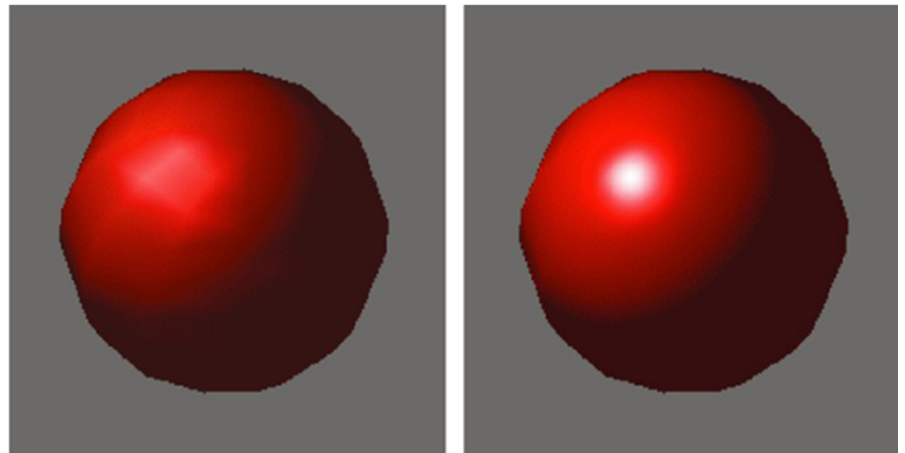
[b] 夕焼け空と夕焼けによって照らされた建物

# スムーズシェーディング

- 代表点の輝度でポリゴンを表示するコンスタントシェーディングでは、輝度に敏感な目の特性(マツノバンド効果)のため近似したポリゴン形状が見えてしまう
- ポリゴン内の輝度を保管してなめらかな明るさ表示を行う方法をスムーズシェーディングと呼ぶ
- 表示された物体の輪郭部分の形状は変わらない



コンスタントシェーディングとスムーズシェーディング



グローとフォンのスムーズシェーディング

# グローのスムーズシェーディング

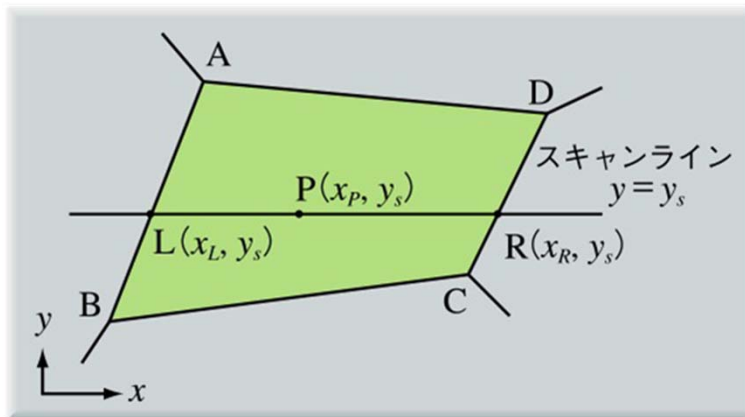
- ポリゴン内の点 $P(x_P, y_P)$ の輝度 $I_P$ を各頂点 $A, B, C, D$ での輝度 $I_A, I_B, I_C, I_D$ で補完
- ポリゴンの辺とスキャンラインの交点 $L(x_L, y_L), R(x_R, y_R)$ での輝度 $I_L, I_R$ を頂点での輝度で線形補完

$$I_L = \frac{y_s - y_B}{y_A - y_B} I_A + \frac{y_A - y_s}{y_A - y_B} I_B$$

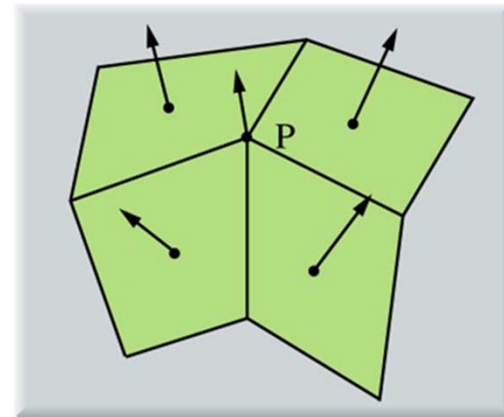
$$I_R = \frac{y_s - y_C}{y_D - y_C} I_D + \frac{y_D - y_s}{y_D - y_C} I_C$$

$$I_P = \frac{x_R - x_P}{x_R - x_L} I_L + \frac{x_P - x_L}{x_R - x_L} I_R$$

$y_s$  : スキャンラインの $y$ 座標



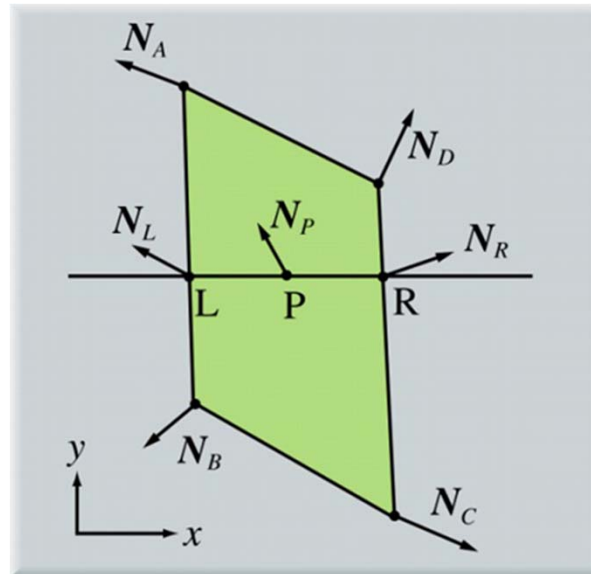
ポリゴンとスキャンライン



ポリゴンの頂点における法線ベクトル

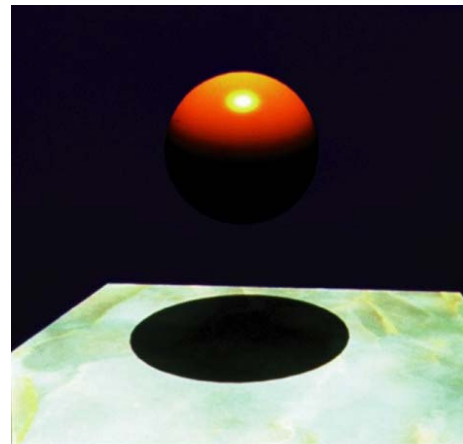
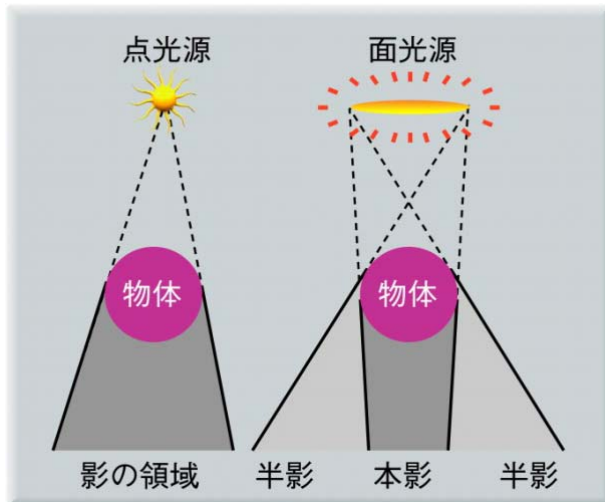
# フォンのスムーズシェーディング

- グローのスムーズシェーディングはハイライトが十分に表現できず、ポリゴン境界での輝度値は連続だが、輝度値の変化は不連続で視覚的に完全にスムーズにならない
- フォンのスムーズシェーディングは点Pの法線 $N_P$ ベクトルを頂点の法線ベクトル $N_A, N_B, N_C, N_D$ で補完する
  - グローのスムーズシェーディングの $I$ を $N$ で置き換える
- マッハバンド効果を減少させハイライトもリアルに表現できるが、毎回のベクトルの正規化に要する計算量が多い

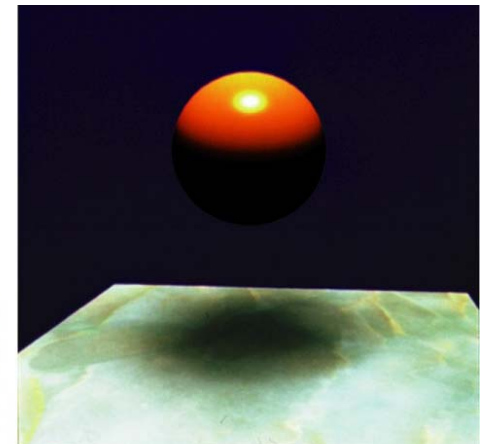


# 本影と半影

- 平行線や点光源によって生じる影は，境界とそうでない部分がはっきり分かれるが，面光源は境界がぼやける
  - 本影：光源からの光がまったく届かない領域
  - 半影：光源からの光の一部が到達する領域
- 平行光源や点光源の影付けは比較的簡単に行える
  - 主な方法に①レイトレーシング法 ②スキャンライン単位の方法 ③物体空間における2段階法 ④シャドウポリゴン法 ⑤Zバッファ法を用いた2段階法 などがある



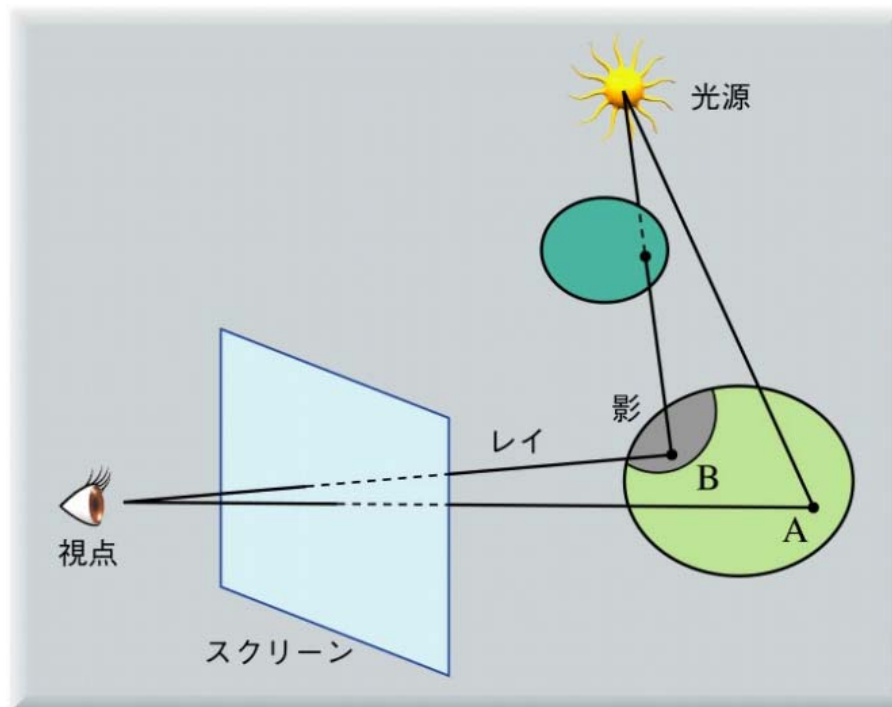
[a] 点光源



[b] 面光源(本影と半影ができる)

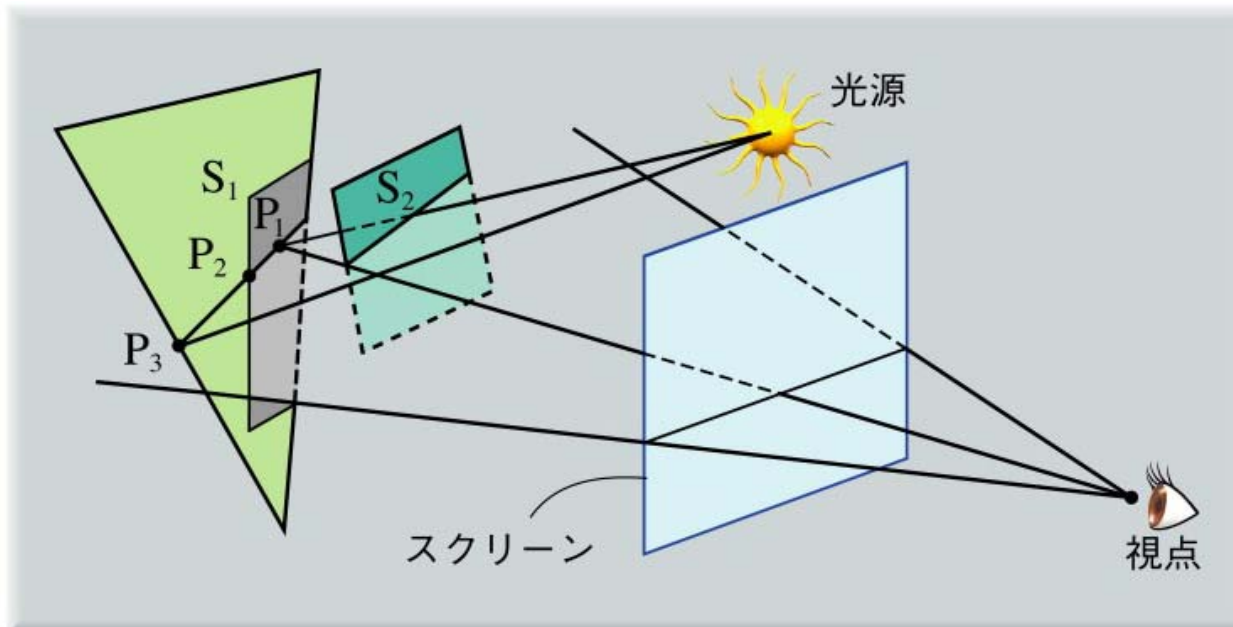
# レイトレーシング法による本影

- 各画素に表示される面の位置と光源を結び、光源からの光を遮る遮へい物があるかどうかを調べる
- 各画素ごとに判定を行うので処理時間がかかる



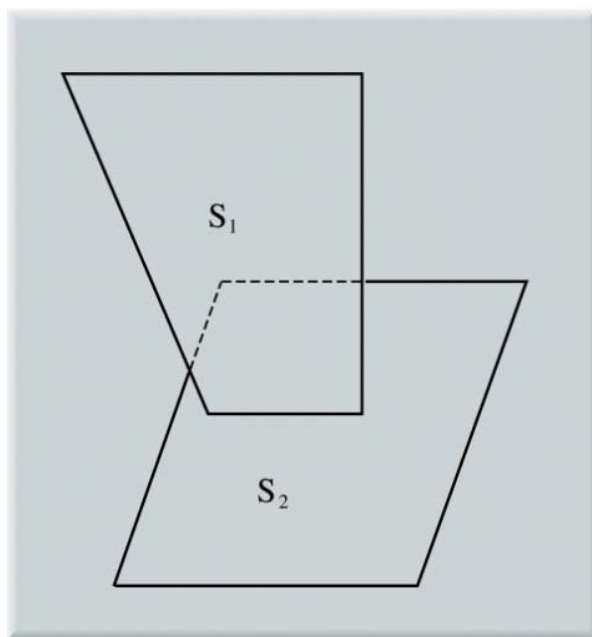
# スキャンライン単位の方法による本影

- 光源から見たときの表の面の各辺を操作面上の処理を行う可視面に投影する
- 面 $S_1$ の可視区間 $P_1 \sim P_3$ で面 $S_2$ による影の区間 $P_1 \sim P_2$ を計算して影付けを行う

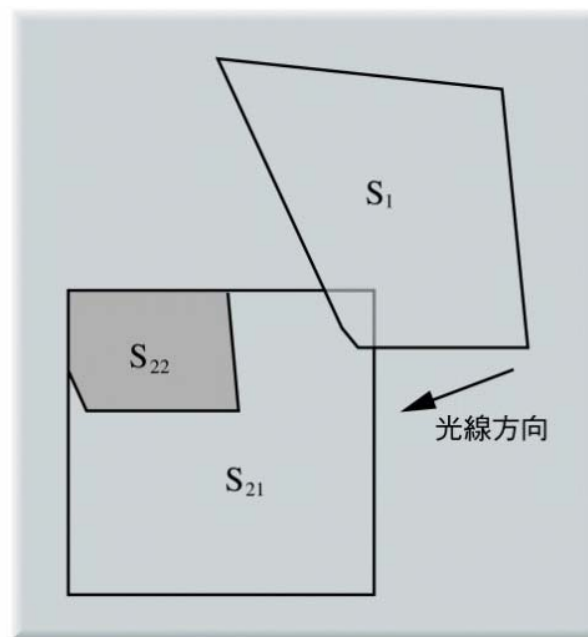


# 物体空間における2段階法による本影

- 光源と視点からの2つの透視図を求め、表示の際に影の領域をマッピングする方法でスキャンライン法やZバッファ法に適用
- 影の領域を求めることと隠面消去が同一アルゴリズムで実行可能



[a] 光源からの透視図

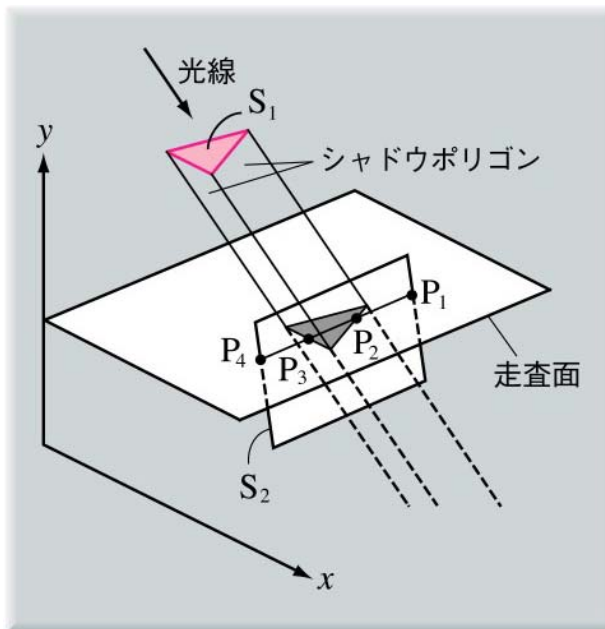


[b] 視点からの透視図

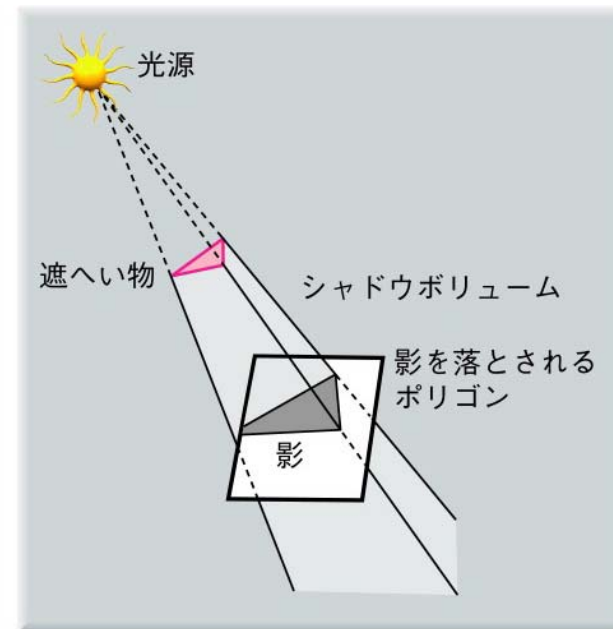


# シャドウポリゴン法による本影

- 光源と遮へい物によって生じる影の空間(シャドウボリューム)とその構成面シャドウポリゴンをモデリングの際に物体データに付加
- シャドウポリゴンと可視面との交線を求めて影の領域を決定
- シャドウポリゴンは影付だけに使われそれ自身は表示されない



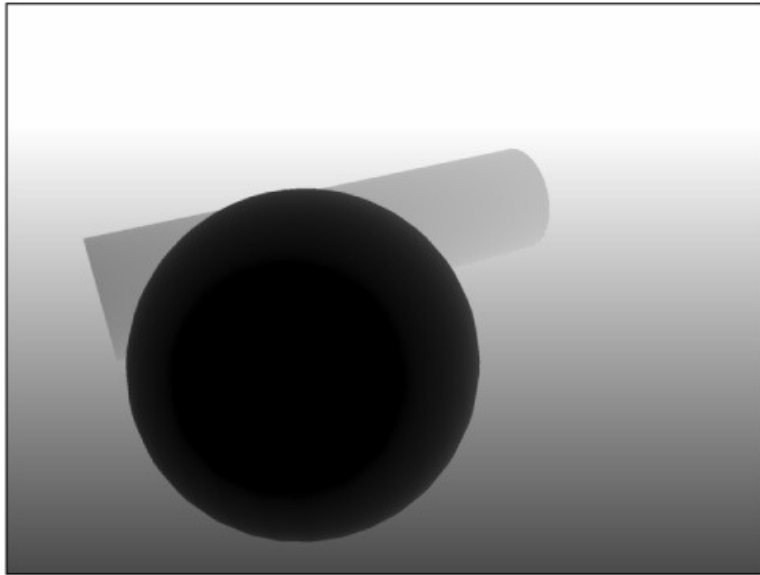
[a] 平行光線の場合



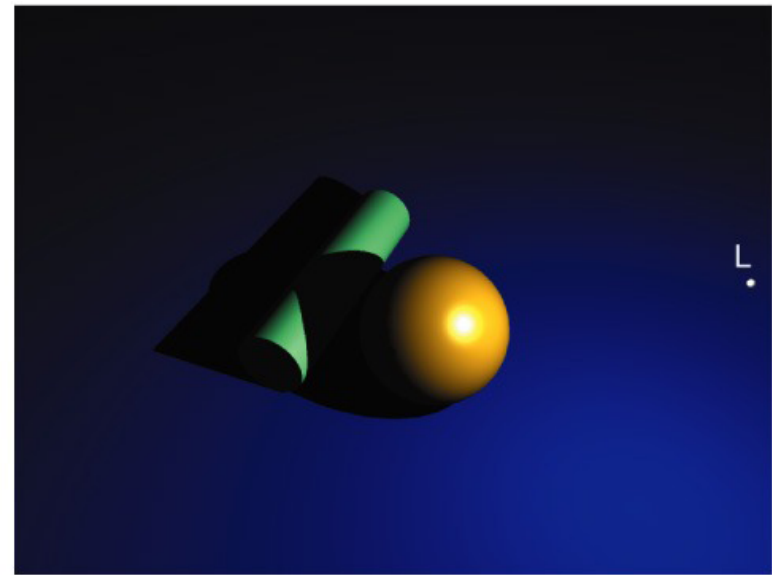
[b] 点光源の場合

# Zバッファを用いた2段階法による本影

- Zバッファを用いて光源を可視点とした可視面までの距離を画素ごとに求めたシャドウマップを作成
- 各画素での実際の可視点に対するシャドウマップの値と光源から可視点までの距離を比較し、可視点までの距離が長ければ遮へい物が存在し影と判定



[a] シャドウマップ



[b] 影付けの結果 (光源位置L)

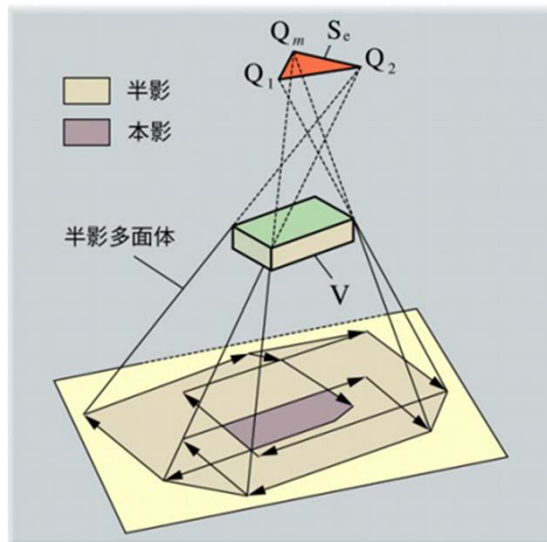
# 大きさをもつ光源による影

## ● 近似的に求める方法

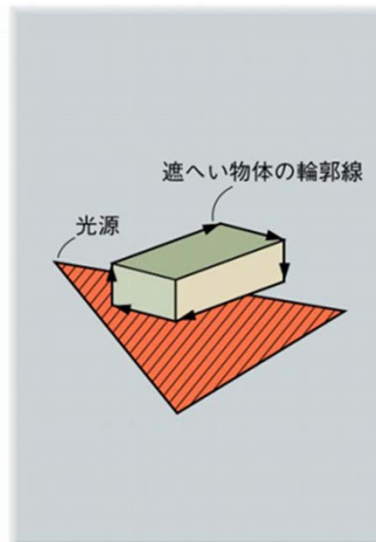
- 光源の表面上に複数の点光源を配置して近似する方法は点光源の密度が低い場合計算誤差が大きい
- 光源を球として考え、円錐と物体との交差領域で影の度合を近似

## ● 積分法により求める方法

- 半影内の点の明るさはそこから見た光源の可視領域の大きさに依存し、積分によって求めることが可能



[a] 本影と半影の領域



[b] 面光源の可視領域



[a] 円柱光源



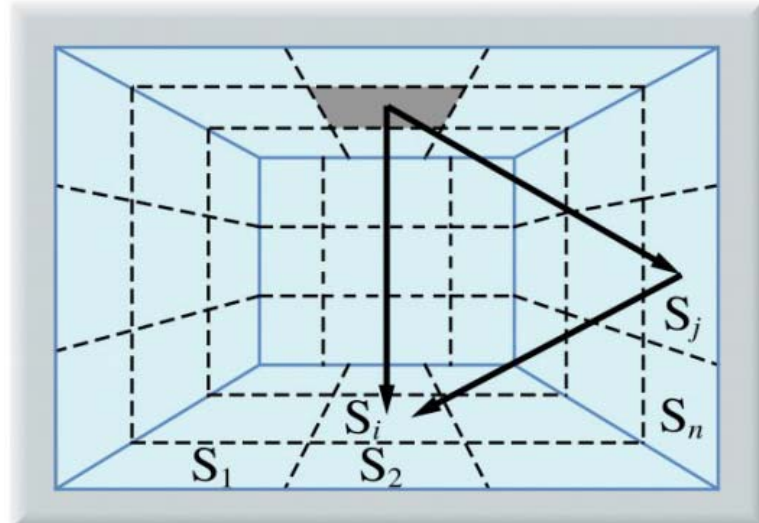
[b] 曲面光源

# ラジオシティ法

- 大域照明モデルは間接光も含めた精密な照明計算を行う
- ラジオシティ法はシーンを構成するポリゴンを小さなパッチに分解し、各パッチのラジオシティ(放射発散度)を未知数とした連立一次方程式を解く
- ラジオシティ法の特徴
  - ① 半影(ぼやけた影)を伴う
  - ② 直接光が届かない部分も相互反射による間接光で照らされる
  - ③ 反射面の色が隣接する面に影響する(カラーブリーディング)



カラーブリーディングのレイ



ラジオシティ法のパッチ分割

# ラジオシティ法

- パッチ同士のラジオシティ授受の割合を示すフォームファクタはパッチの形状や配置から計算され，光源や視点とは無関係で事前計算できる
- 拡散反射成分だけを考慮した相互反射光の計算はパッチの放射輝度は方向によらず一定
- 鏡面反射成分を考慮した計算では放射輝度が方向性を持つため処理が複雑となる



[a] 直射光のみの画像



[b] 相互反射を考慮したラジオシティ法による画像

# フォトンマップ法

- ラジオシティ法で鏡面反射や屈折を生じる透明な物体で生じる集光現象の表現は困難
- レイトレーシング法を拡張したフォトンマップ法は拡散反射面での光の相互反射と集光現象を統一的に扱え、パッチ分割も不要
- 2段階のレイトレーシングを行って光の相互反射を考慮したレンダリングを行う



[a] 集光現象および映り込みの表示



[b] グラスの中のコニャックによる集光現象の表示

# フォトンマップ法

## ● フォトンマップの構築(第1段階)

- 光源からフォトンを放出して追跡し，鏡面反射成分を持たない面に到達したときはフォトンマップにそのフォトンの情報を登録
  - コースティックフォトンマップ：フォトンが1回以上鏡面反射された集光現象に関係する光の成分
  - グローバルフォトンマップ：全ての反射面や散乱粒子の相互反射光を近似する情報でフォトンが拡散面に到達したときに登録
  - ボリュームフォトンマップ：多重散乱光を扱うため反射面や散乱粒子により再度空間に放出されたフォトンの情報を登録

## ● フォトンマップを利用した描画(第2段階)

- フォトンマップの情報を参照しながら分散レイトラッキングでレンダリング
- 入射光を直接光，鏡面反射・透過による間接光，拡散反射による間接光の3成分に分類し，さらに面の反射成分も拡散反射と鏡面反射の2つに分類
- 直接光は通常のレイトラッキング法
- 影付には影フォトンを利用する

