

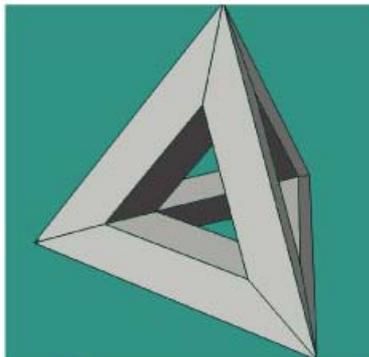
コンピュータグラフィックス
7. モデリング3
- ポリゴン曲面の表現 -

再分割曲面

- ポリゴン曲面は多数の細かいポリゴンで表現された曲面
 - 頂点で平面が決まる三角形が良く用いられる
 - パラメトリック曲線のようなパッチ間の接続性の考慮が不要
- 再分割曲面は初期メッシュに単純な分割操作を再帰的に適用
- 無限分割された極限として定義されるが数回の分割で十分な曲面が得られる
- レンダリング時にスムーズシェーディングを施すこともある



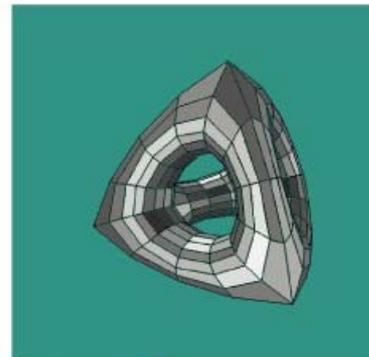
再分割曲面で作られたキャラクタ



[a] 初期メッシュ



[b] 細分割1回後



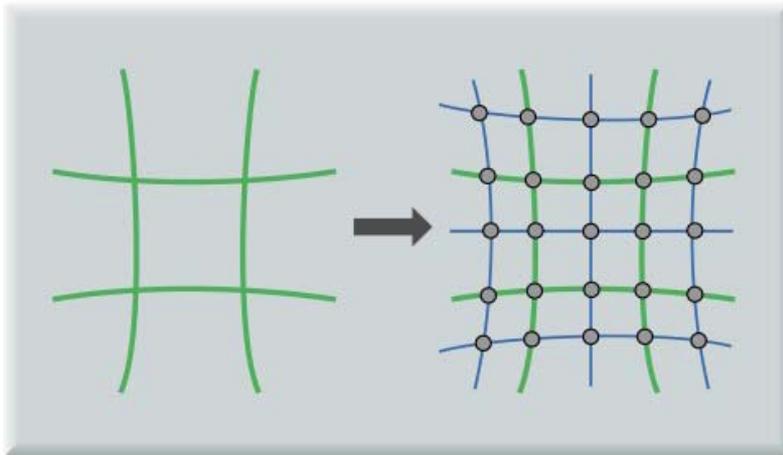
[c] 細分割2回後



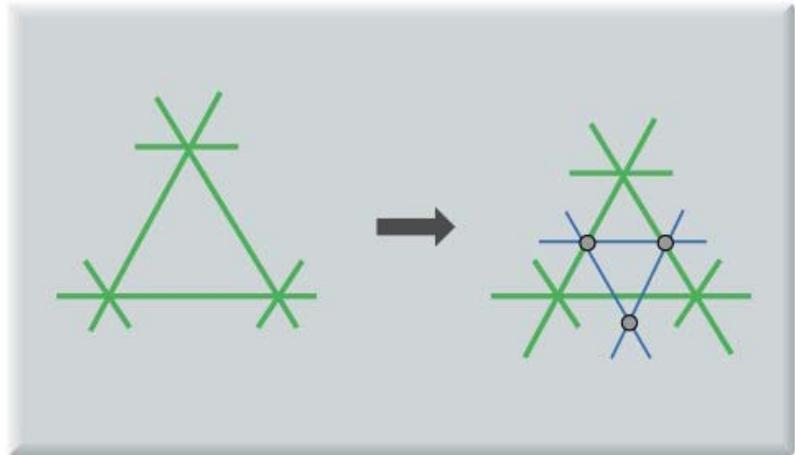
[d] 最終的にできる曲面

分割ステップ

- 細分割の操作は分割ステップと平滑化ステップからなる
- 分割ステップでは頂点を追加してメッシュを細分割する
 - 四辺形や三角形の面分割がよく用いられる
- 平滑化ステップではそれぞれの頂点座標が修正される
- 修正される頂点とそれに接続している頂点の座標を重み付して平均化されるが、その重みをマスクやステンシルと呼ぶ



[a] 四辺形メッシュの面分割

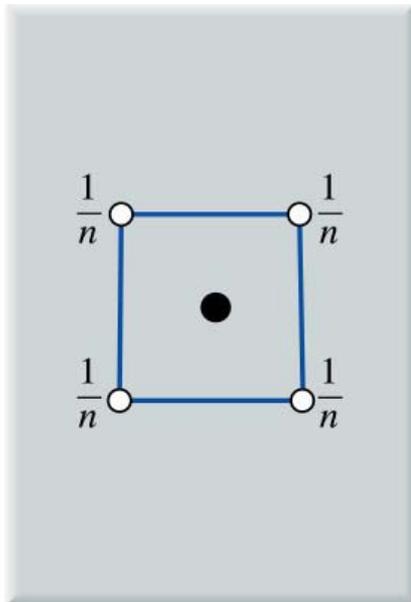


[b] 三角形メッシュの面分割

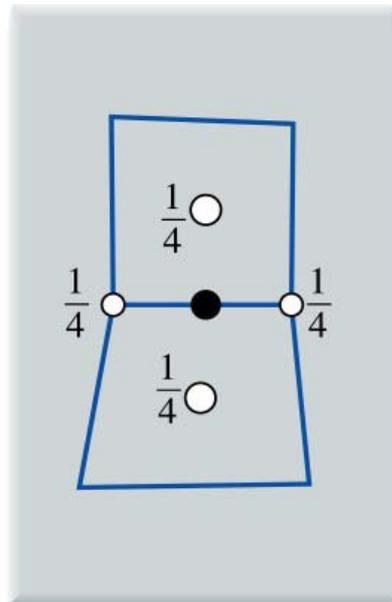
分割ステップ

カットマル・クラーク細分割曲面

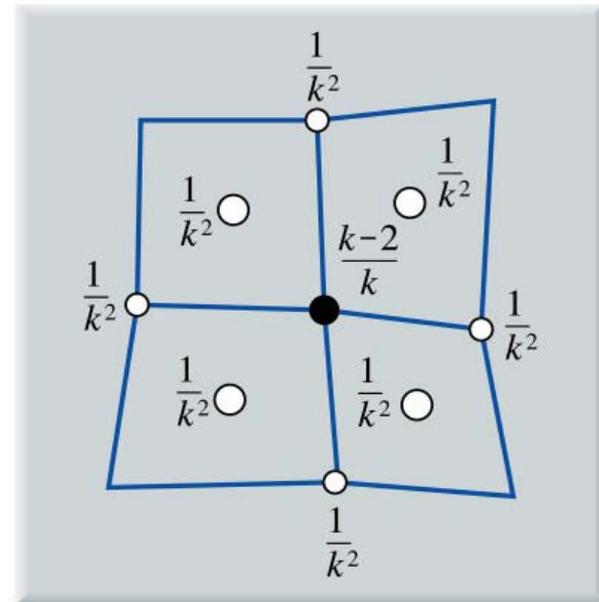
- 四角を基本とし，各面の中心と各辺の中点を結んで分割
- 面上の頂点を面上点，辺上の頂点を边上点と呼ぶ
- 面上点の座標はその面を構成する頂点の座標の平均
- 边上点の座標は辺の両端点と辺の左右の面上点の平均
- 頂点の座標は頂点のもとの座標と面上点と边上点の重み付け平均



[a] 面上点のマスク (n は多角形の頂点数)



[b] 边上点のマスク

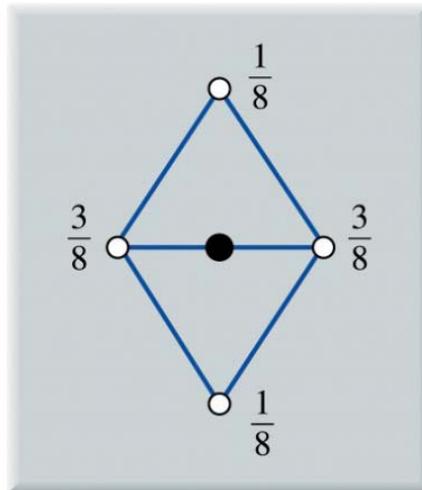


[c] 頂点のマスク (k は頂点の個数)

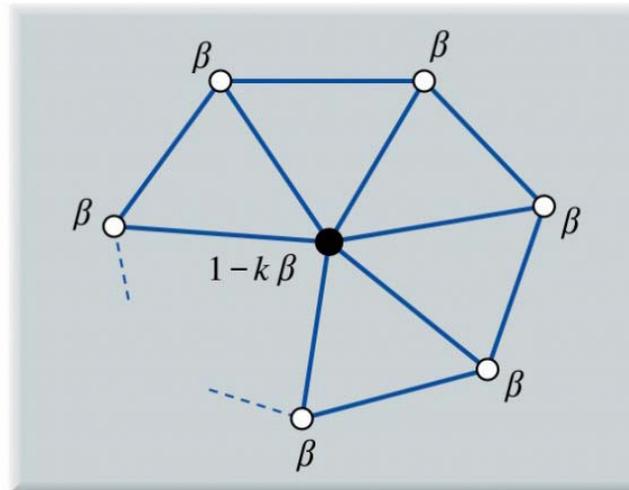
ループ細分割曲面

- 三角形メッシュに対する細分割
- 新しい辺上点の座標は図の頂点の重み付け平均
- その他の頂点は次式の重み付け平均(k は頂点に接続する辺の数)

$$\beta = \begin{cases} \frac{3}{16} & k = 3 \\ \frac{1}{k} \left\{ \frac{5}{8} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{k} \right)^2 \right\} & k > 3 \end{cases}$$



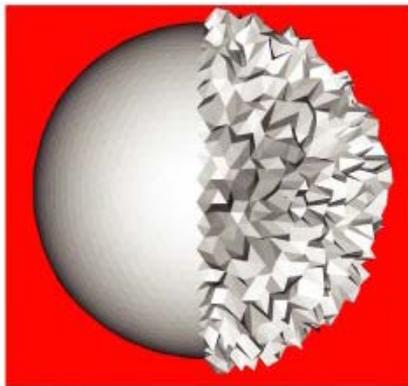
[a] 辺上点のマスク



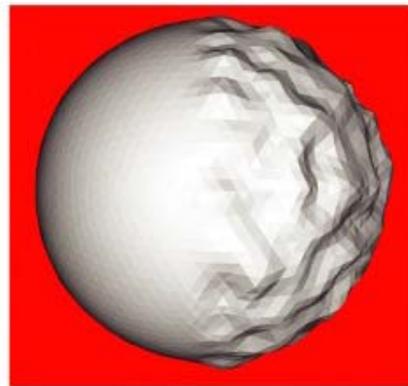
[b] 頂点のマスク

平滑化处理

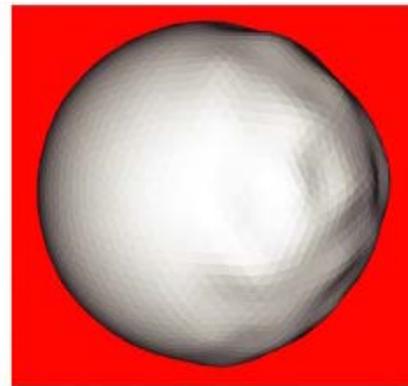
- 3次元デジタイザなどの計測機器で実際のデータを直接得たポリゴン曲面はノイズ(誤差)を含んでいる
- ポリゴン曲面の平滑化によってノイズを除去



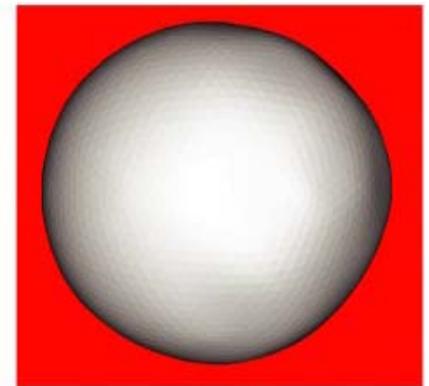
[a] ノイズをもったポリゴン曲面



[b] 平滑化处理(10回)



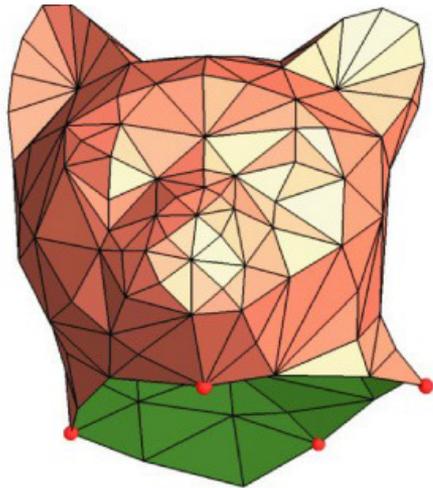
[c] 平滑化处理(50回)



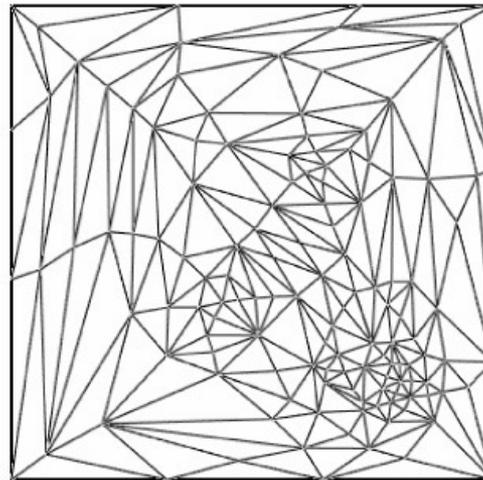
[d] 平滑化处理(200回)

パラメータ化

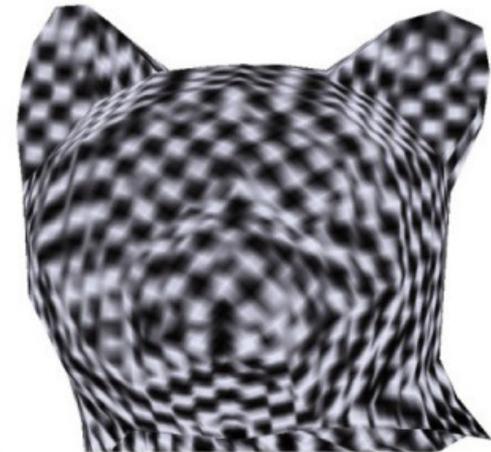
- ポリゴン曲面はパラメトリック曲線のようなパラメータ座標からの写像は存在しない
- 煩わしいパラメータ操作が不要な反面，二次元画像の適切な貼り付けが難しい
- ポリゴン曲面にパラメータ座標系からの写像を構築することをパラメータ化と呼ぶ



[a] ポリゴン曲面による形状



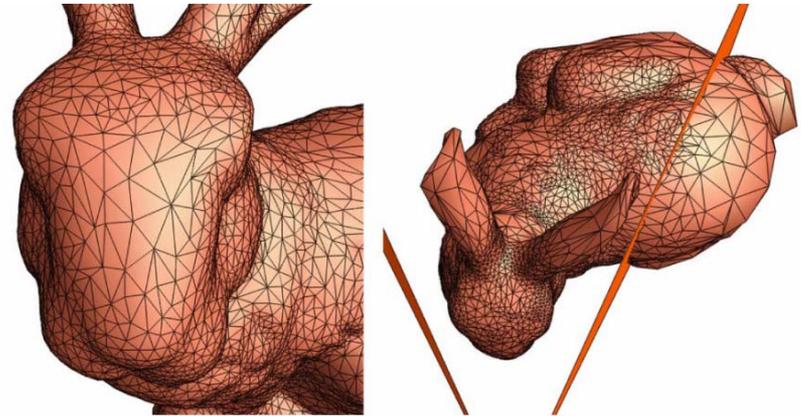
[b] ポリゴン曲面を平面に埋め込む
ことでパラメータを求める



[c] 求められたパラメータに基づく
テクスチャマッピング

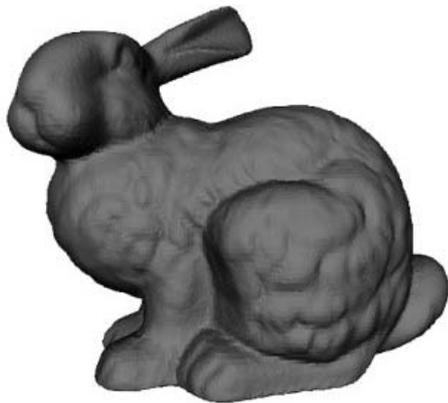
詳細度制御

- 視点からの距離に応じて見た目に影響を与えないようにポリゴン数を減らして単純化する手法をポリゴン曲面の詳細度調整と呼ぶ
- 視点の位置の移動に伴いポリゴンの削減も連続的に変化させることで、常に視点に近いところに細かいポリゴンを配置して、効率的なレンダリング処理が行える



[a] 与えられた視点から見たポリゴン曲面

[b] その視点に依存した詳細度制御



[a] 69,451個の三角形からなるオリジナルのポリゴン曲面



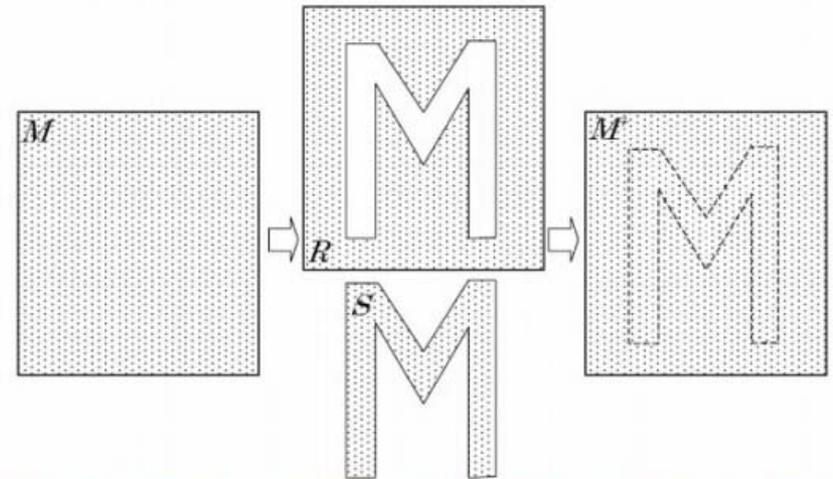
[b] およそ1,000個の三角形からなる単純化したポリゴン曲面



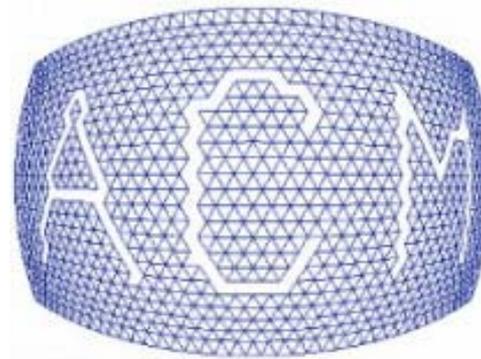
[c] およそ100個の三角形からなる単純化したポリゴン曲面

電子透かし

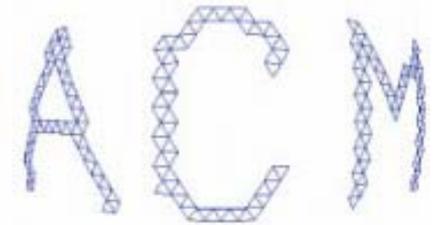
- 透かし情報をわからないようにデータに埋め込み取り出す技術
- ポリゴンデータのネット販売が行われており、データの不正使用や改ざんを検出するのに用いられる
- 幾何(頂点座標)と位相(頂点や稜線の接続関係)に透かしを埋め込む



[a] 透かしの埋め込み.M:オリジナルのメッシュ、S:透かし、R:MからSを除いたメッシュ、M*:透かしSが埋め込まれたメッシュ



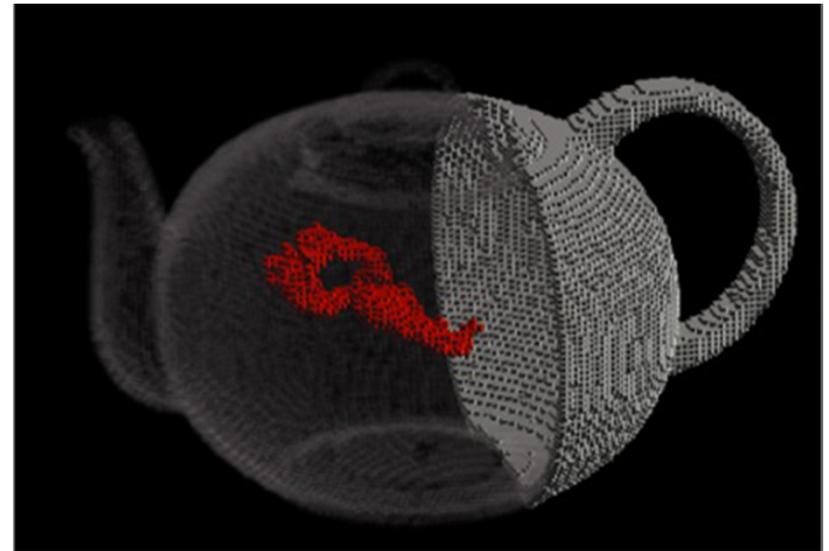
[b] Rの例



[c] Sの例

ボクセル

- ディスプレイモニタの小正方形画素の集合ピクセルと同様に、立体を3次元の格子点の小立方体ボクセルの集合で表すことができる
- データ量が膨大で精度が劣り、立体の表示・移動・回転に手間がかかる反面、データ構造が単純で集合演算が極めて簡単なため、自然物の不規則な形状の表現にも向く
- 医療のCTやMRIによる人体内部組織のデータや、原子レベルの反応のシミュレーションなど、物体の内部構造まで表現したボリュームデータに用いられる

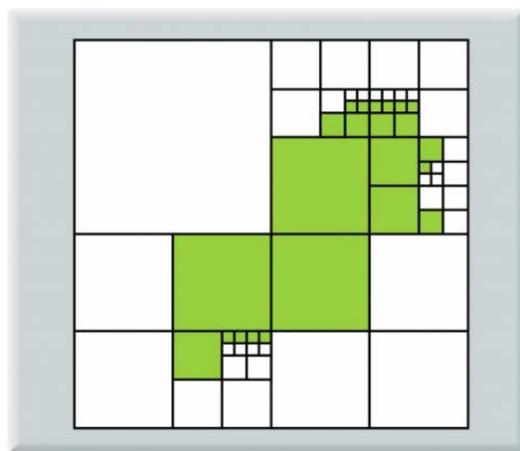


四分木と八分木

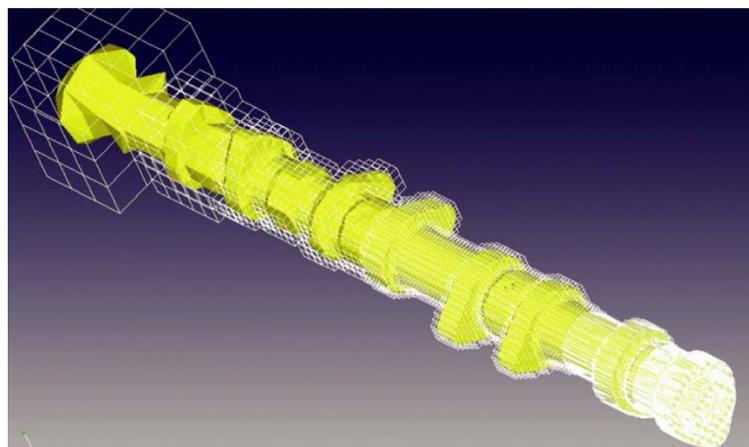
- 二次元図形を覆う正方形を縦横で四分分割し，図形をまったく含まないか図形に完全に含まれる正方形は以外をさらに四分分割していく四分木構造で，単純なピクセルの配列よりもデータ量を圧縮することができる
- 同様にボクセル表現では，正方形を再帰的に八分割していく八分木で表すことができる
- 領域ごとに分割の階層数を指定することもできる



[a] 2次元図形の例



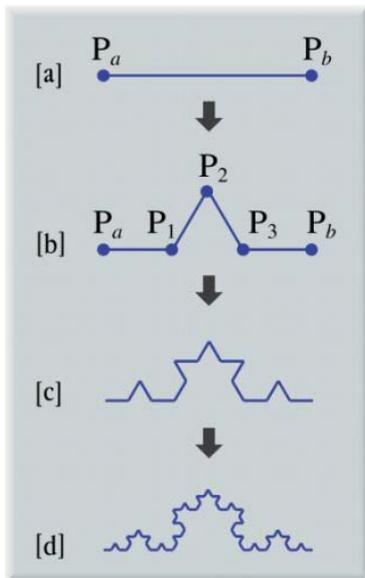
[b] 四分木による表現 (領域分割5段階までの例)



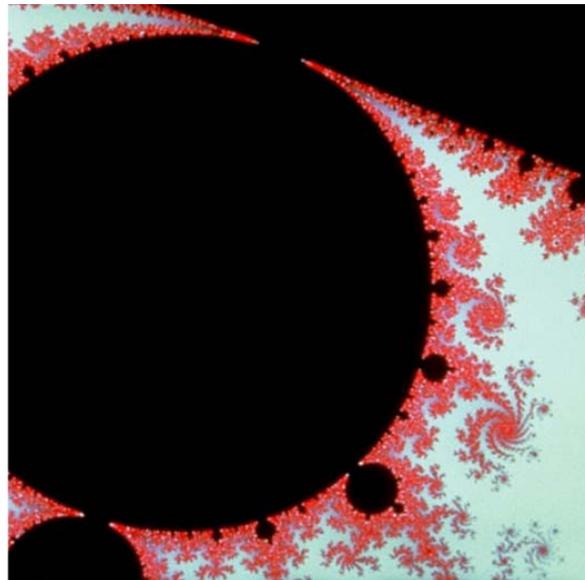
カムシャフトの八分木表現

フラクタル

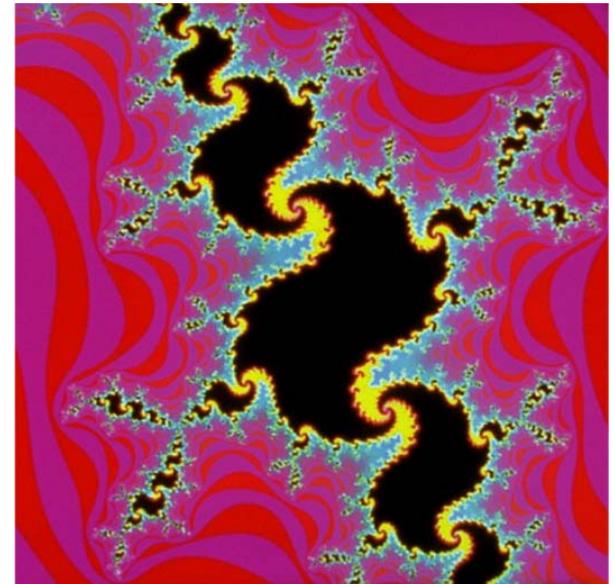
- 縮尺を変えても全体と部分の形状が相似の関係にあるとき自己相似性を持つという
- 自分自身の縮小変換の集合で表される図形をフラクタルと呼ぶ
 - コッホ曲線, マンデルブロ集合, ジュリア集合



コッホ曲線



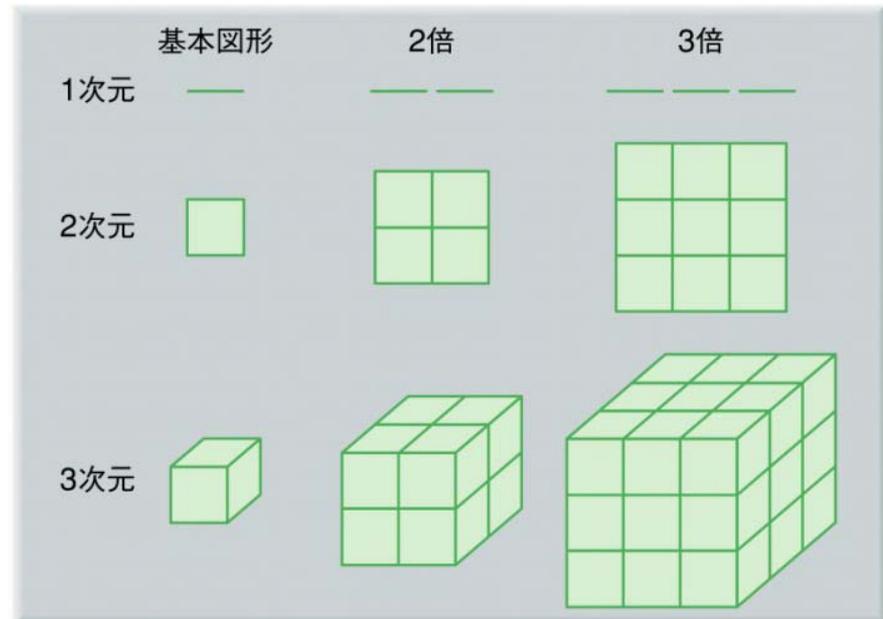
マンデルブロ集合



ジュリア集合

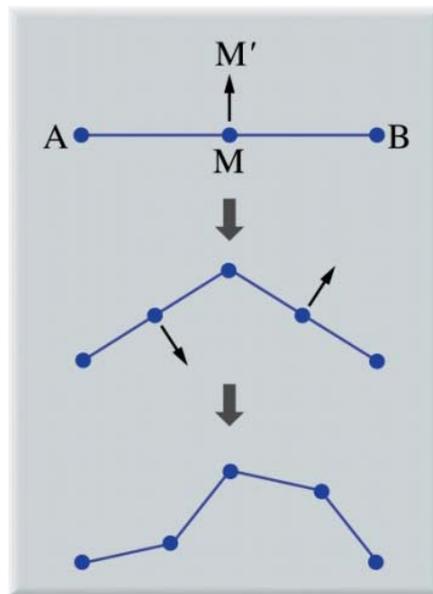
フラクタル次元

- D 次元空間では基本図形を 2^D 個集めると2倍のサイズが図形が得られ n^D 個集めると n 倍の図形が得られる
- n 倍の図形を作るのに A 個の基本図形が必要なとき空間は $\log A / \log n$ 次元である
- フラクタル図形の複雑さは上式のフラクタル次元で表される
- コッホ曲線の次元は3倍の図形を作るのに4つの曲線が必要なので $D = \log 4 / \log 3 \doteq 1.26$

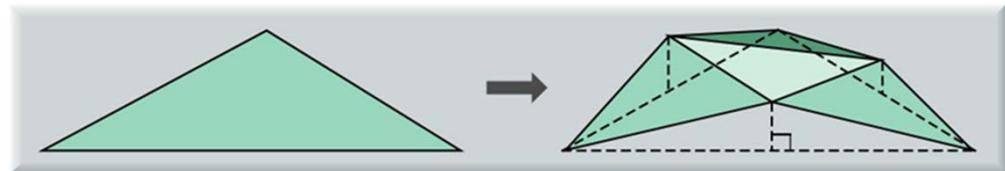


中点変位法

- 自然界には自己相似性を持つフラクタル的形狀が多数存在
- 中間変位法は、与えられた線分の中点を正規分布に従う乱数で上下に変位させる動作を再帰的に繰り返す
- 線分が短くなるにつれて乱数の標準偏差が小さくなるようにすると山岳の輪郭に似た図形となる
- 三角形の辺の中点に同様の操作を行い、再帰的に4分割を繰り返すことで山岳形状に似たフラクタル面を生成できる



中点変位法



三角形の再帰的分割

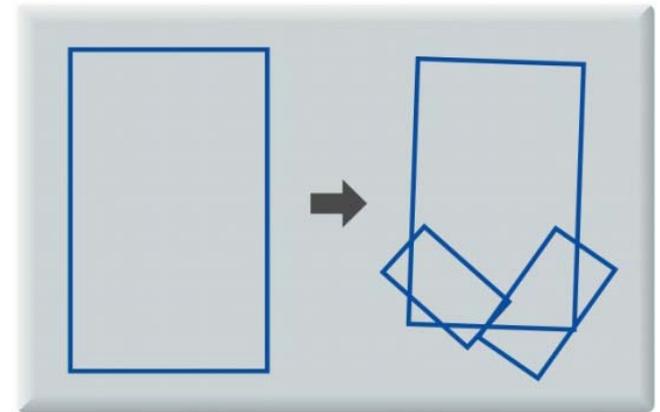


中点変位法による山岳形状の生成

IFS (反復関数系) 法

- 画像を次式の縮小変換 w の組合せで表現するもの

$$w \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$$



- 長方形を下表のパラメータで縮小変換を繰り返すと右の図形となる
- 逆に与えられた画像からパラメータを求めて画像を符号化して圧縮に利用する手法はフラクタル圧縮と呼ばれる



a	b	c	d	e	f
0.849	0.037	-0.037	0.849	0.000	0.160
0.197	-0.257	0.226	0.223	0.000	0.160
-0.150	0.283	0.260	0.238	0.000	0.040

メタボール

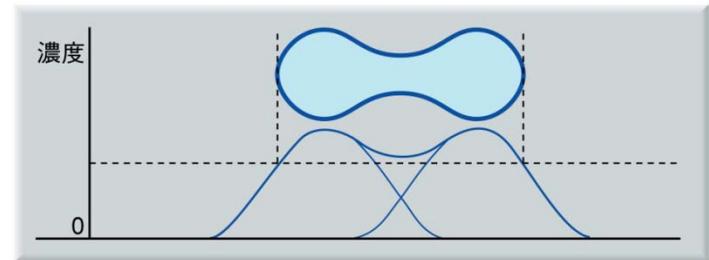
- 濃度分布を持つ球の集合によって形状を定義
- 濃度の和が一定値となる面(等値面)によって曲面を表す
- 濃度が負のメタボールで窪みを表現することができる
- 正規分布に基づく濃度分布関数が提案されている

$$D(r) = D_0 \exp(-ar^2)$$

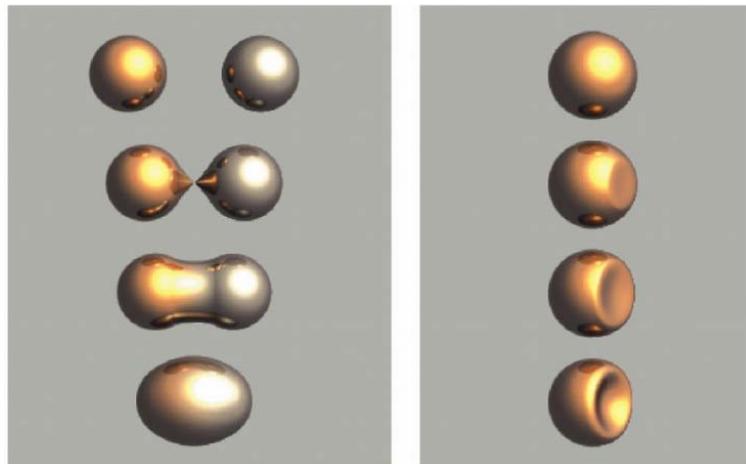
D_0 : メタボール中心の濃度

a : 濃度の減衰定数

r : メタボール中心からの距離



メタボールの濃度



[a] メタボールの融合

[b] 負のメタボールによる変形



メタボールで表現した雲

パーティクル

- 個々の識別が困難な微粒子の集まりとして表現したもの
 - 葉の集まり⇒樹木, 火の粉の集まり⇒炎, 水滴の集まり⇒滝
- パーティクルによく似た点の集まりで境界面が明確な物体を表現する方法にポイントベーストモデル法がある
 - 3次元デジタイザ等を用いて実際の物体から取得されたデータを表現することも容易



ポイントベーストモデル法による寺院



[a] パーティクルの動き



[b] レンダリング例



パーティクルによる炎および雲の表現