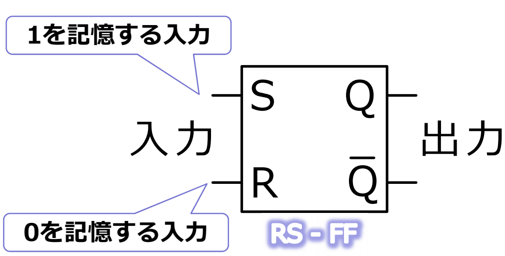
論理回路学

9. シフトレジスタ

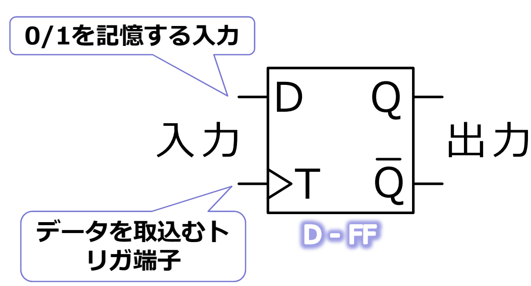
佐藤証 西9-613
akashi.satoh@uec.ac.jp
http://satoh.cs.uec.ac.jp/ja/lecture/CircuitDesign/index.html

レジスタ

- データを記憶する回路を記憶回路(メモリ)と呼ぶ
- データを一時的に記憶する小規模なメモリをレジスタと呼ぶ
- FFはレジスタとして使用することができる

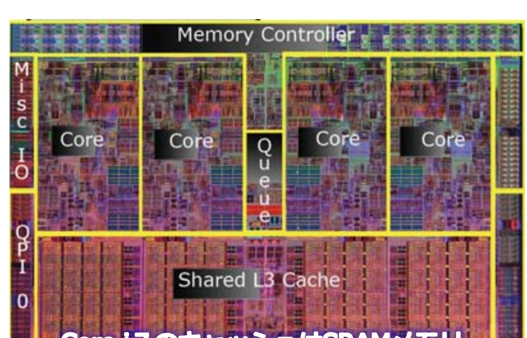


RS - FF



D - FF


パソコンのDRAMメモリ

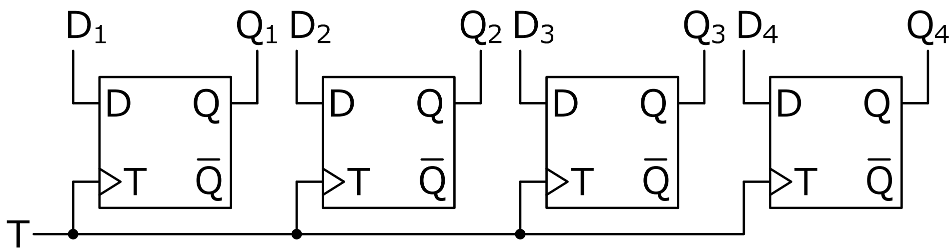


Core i7のキャッシュはSRAMメモリ

シフトレジスタ

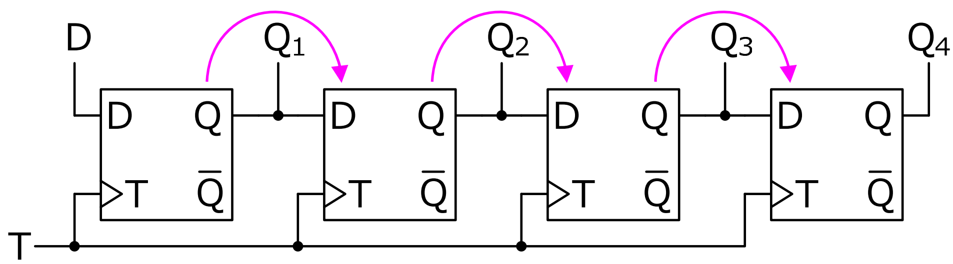
4ビットレジスタ

- クロックTに同期してD_1~D_4を入力しD_1~D_4を出力する

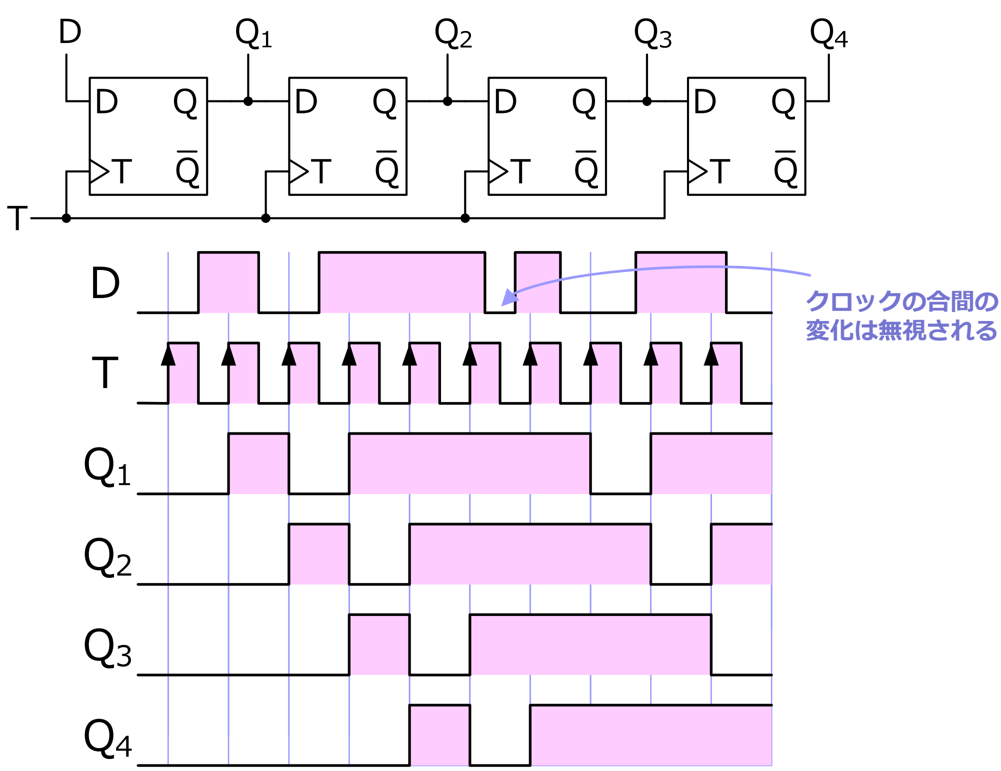


4ビットシフトレジスタ

- クロックTに同期してデータを隣に順に運んでいく



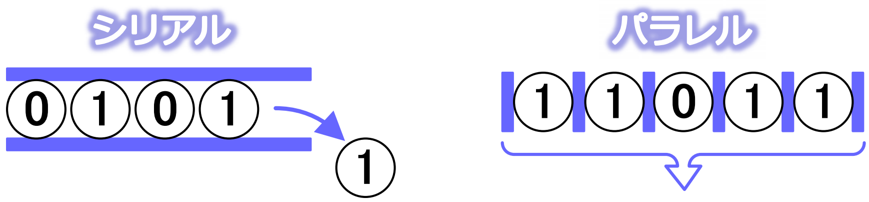
シフトレジスタ



レジスタの初期値は0を仮定

シリアルとパラレル

- シリアル(serial)：データが直列に並んでいること
- パラレル(parallel)：データが並列に並んでいること
- 一般にシリアルは遅いが小規模で、パラレルは速いが大きい
- 最近の民生品の多くは差動の“高速”シリアル通信



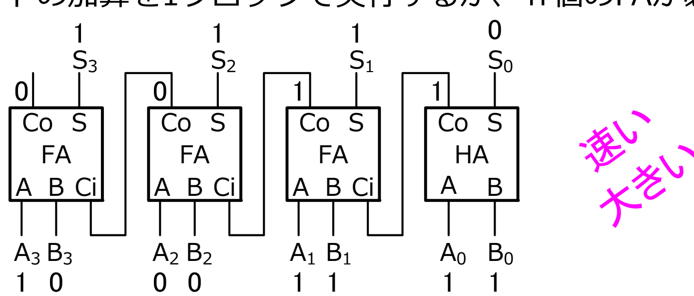
作動のD+/D-を使ったシリアル通信

D-sub25は一昔前のプリンタ用の25ピンのパラレル通信

シリアルとパラレル

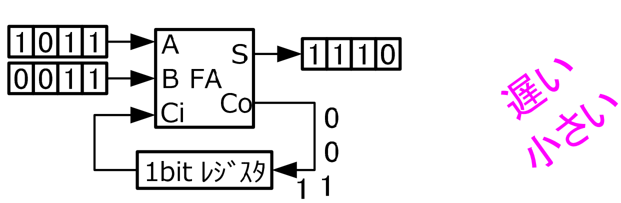
並列(パラレル)加算器

- n ビットの加算を1クロックで実行するが、 n 個のFAが必要



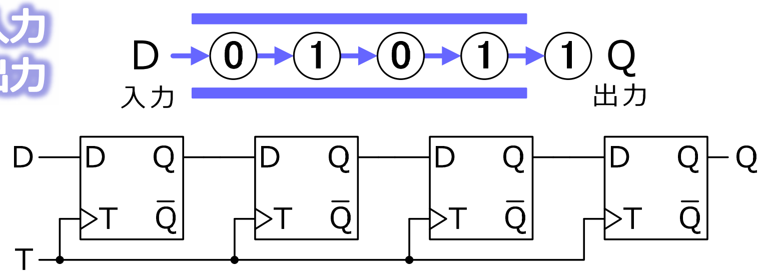
直列(シリアル)加算器

- n ビットの加算にnクロックを要するが、FAは1個でよい

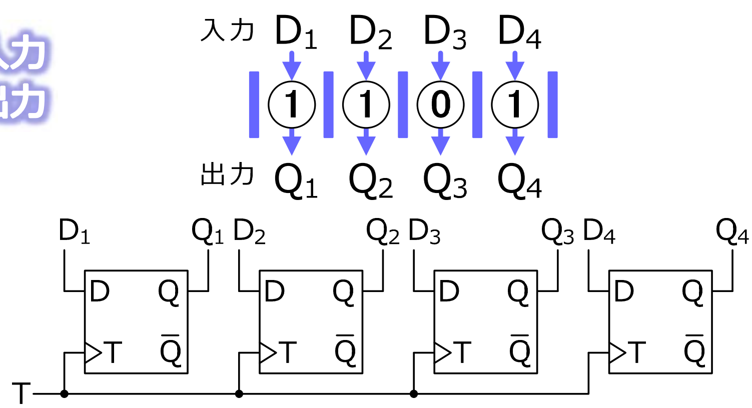


シリアルとパラレル

**シリアル入力
シリアル出力**

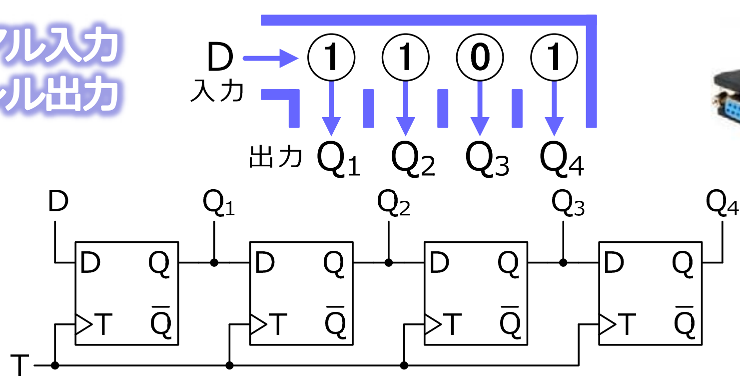


**パラレル入力
パラレル出力**



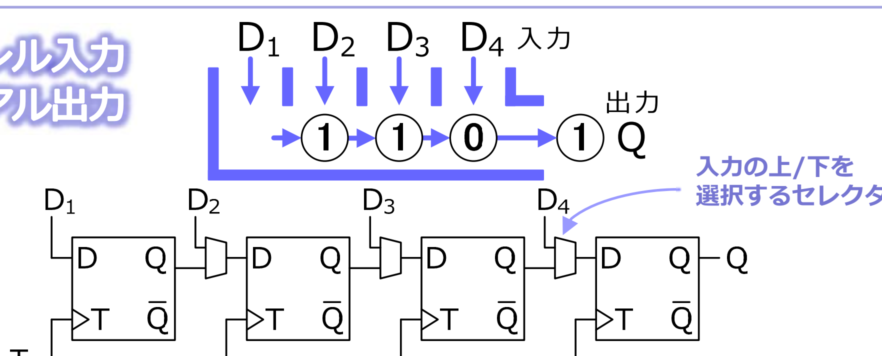
シリアルとパラレル

**シリアル入力
パラレル出力**



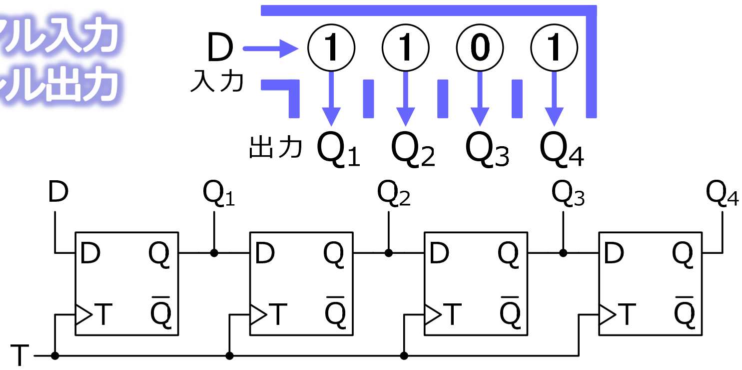
**USB／D-sub25
変換ケーブル**

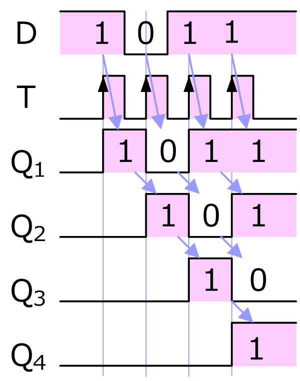
**パラレル入力
シリアル出力**



シリアルとパラレル

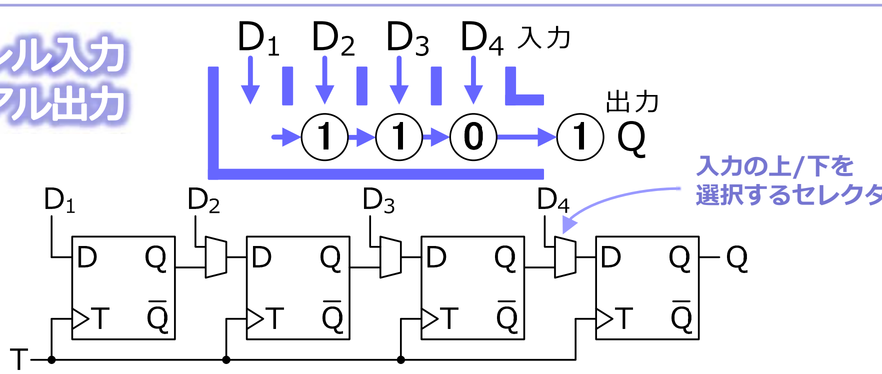
シリアル入力パラレル出力

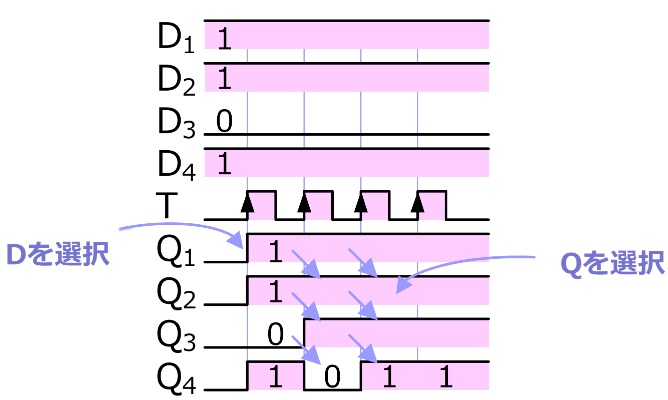




シリアルとパラレル

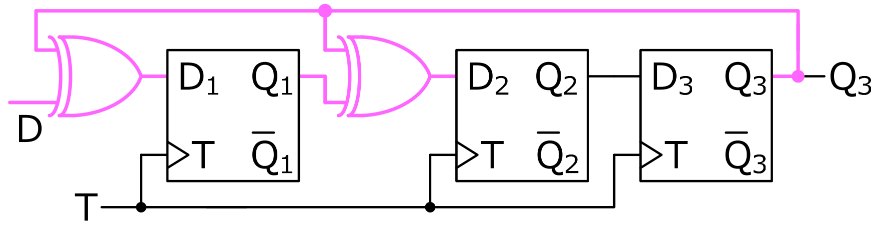
パラレル入力シリアル出力

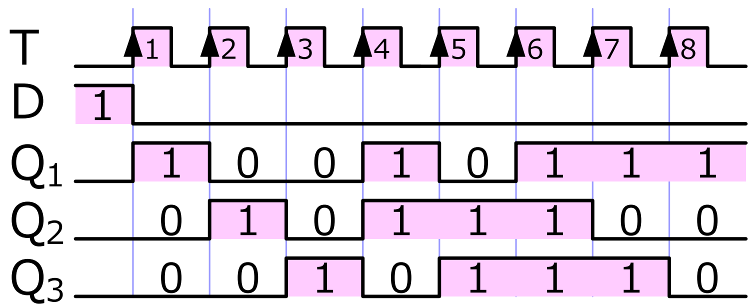




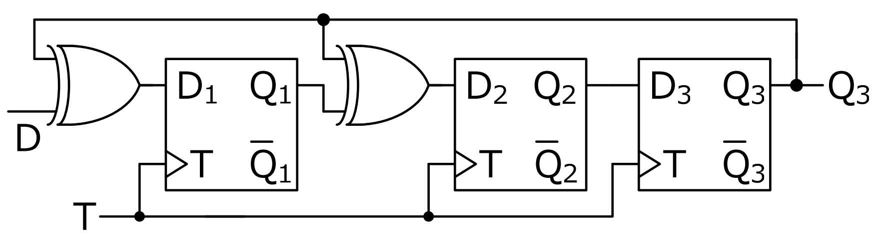
線形帰還シフトレジスタ

- LFSR (Linear Feedback Shit Register)は，レジスタ出力またはそれらのXORを，処断または途中段に帰還させたシフトレジスタ
- n ビットのLFSRのレジスタが，オールゼロ以外の2^n-1個の状態を遷移して元に戻る際長周期のものをM系列と呼び，疑似乱数生成器としてよく用いられる

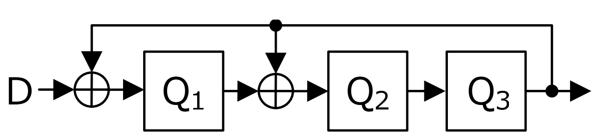




線形帰還シフトレジスタ



簡単のため



modulo2の演算

- 2進数の加算で桁上がりを 無視
- 加算と減算は同じ（排他的論理和）

加算

0 + 0 = 0
0 + 1 = 1
1 + 0 = 1
1 + 1 = 0

減算

0 − 0 = 0
0 − 1 = 1
1 − 0 = 1
1 − 1 = 0

排他的論理和

$0 \oplus 0 = 0$
$0 \oplus 1 = 1$
$1 \oplus 0 = 1$
$1 \oplus 1 = 0$

エヴァリスト・ガロア
(1811-1832)

乗算

0 ・ 0 = 0
0 ・ 1 = 0
1 ・ 0 = 0
1 ・ 1 = 1

逆元

$1^{-1} = 1$

0^{-1}はない

modulo2の演算

- 除算は引かれる数のMSBが1ならば商に１が立つ

加算

```
  1011
+ 1110
  ----
  0101
```

減算

```
  1110
- 1011
  ----
  0101
```

乗算

```
      111
x     111
  -------
      111
     111
    111
  -------
    10101
```

除算

```
         11     商
110 ) 1011
      110
      ----
       111
       110
       ---
         1  余り
```

多項式による表現

乗算

```
      111
x     111
---------
      111
     111
    111
---------
    10101
```

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & & x^2 & +x & +1 \\
\times & & x^2 & +x & +1 \\
\hline
 & & x^2 & +x & +1 \\
 & x^3 & +x^2 & +x & \\
x^4 & +x^3 & +x^2 & & \\
\hline
x^4 & & +x^2 & & +1
\end{array}
$$

除算

```
        11
     ------
110 ) 1011
      110
      ----
       111
       110
       ---
         1
```

$$
\begin{array}{r|l}
 & x+1 \\
\cline{2-2}
x^2+x & x^3 \qquad +x+1 \\
 & x^3+x^2 \\
\cline{2-2}
 & \quad x^2+x \\
 & \quad x^2+x \\
\cline{2-2}
 & \qquad\qquad 1
\end{array}
$$

循環小数

周期６

```
     1.42857 14…
   -------------
7 ) 10.00000000
     7
    ---
     30
     28
     ---
      20
      14
      ---
       60
       56
       ---
        40
        35
        ---
         50
         49
         ---
          10
           7
          ---
           30
           28
           ---
            20
```

10/7

周期7

```
        1.0111001 0111001 1…
      ---------------------------
1011 ) 1000.0000000000000000
       1011
       -----
        1100
        1011
        -----
         1110
         1011
         -----
          1010
          1011
          -----
           1000
           1011
           -----
            1100
            1011
            -----
             1110
             1011
             -----
              1010
              1011
              -----
               1000
```

1000/1011

- 割り切れない場合は循環小数となる
- 4ビットの除算の余りは3ビット
- 3ビットの全て（$2^3-1=7$個）のパターンを取る周期7はM系列

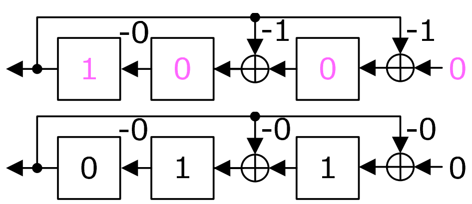
循環小数

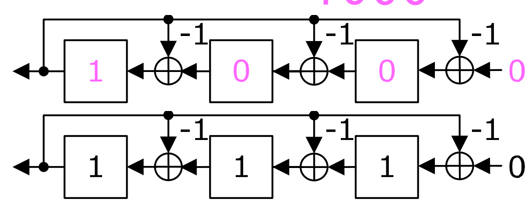
周期7

```
           1.0111001 0111001 1…
1011 ) 1000.0000000000000000
       1011
        1100
        1011
         1110
         1011
          1010
          1011
           1000
           1011
            1100
            1011
             1110
             1011
              1010
              1011
               1000
```

周期4

```
           1.1001 1001 1…
1111 ) 1000.00000000
       1111
        1110
        1111
         1000
         1111
          1110
          1111
           1000
```



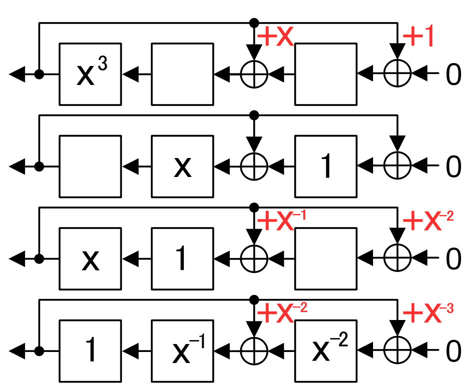


Modulo 2 の除算回路

$$1 + x^{-2} + x^{-3} + x^{-4} + x^{-7}\cdots$$

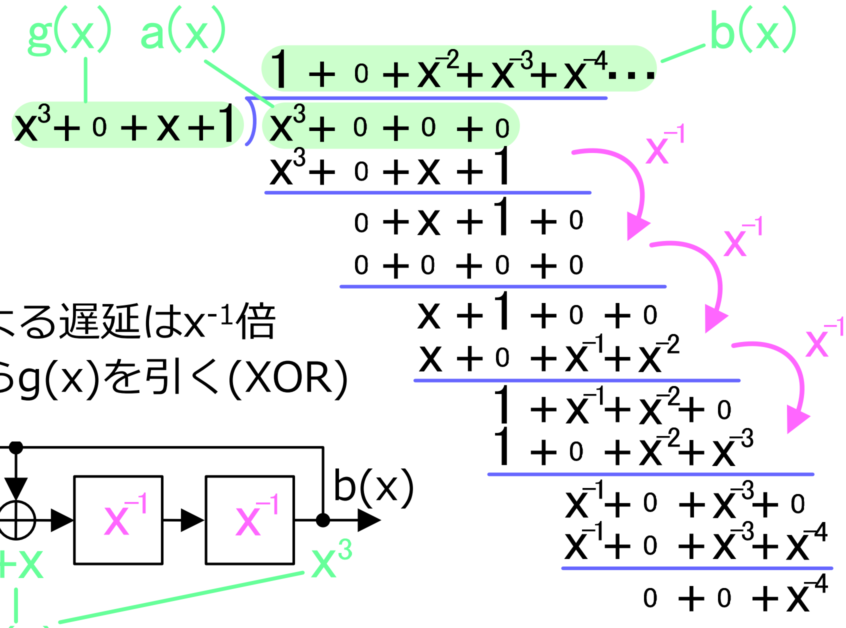
```
x^3+x+1 ) x^3
          x^3      +x +1
                    x +1
                    x     +x^-1+x^-2
                          1 +x^-1+x^-2
                          1      +x^-2+x^-3
                             x^-1      +x^-3
                             x^-1      +x^-3+x^-4
                                            x^-4
```

```
           1.011100 1…
1011 ) 1000.000000
       1011
        1100
        1011
         1110
         1011
          1010
          1011
           1000
```

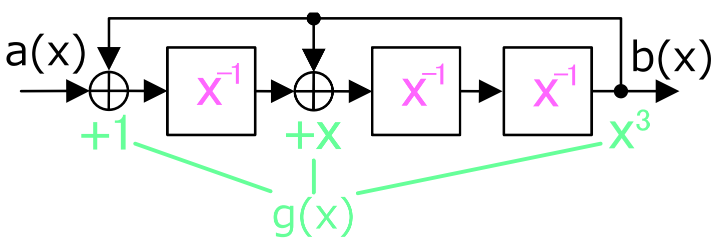


Modulo 2 の除算回路

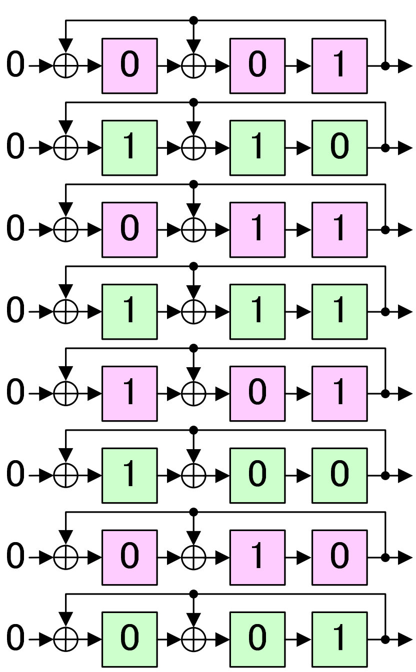
$b(x)=a(x)/g(x)=x^3/(x^3+x+1)$

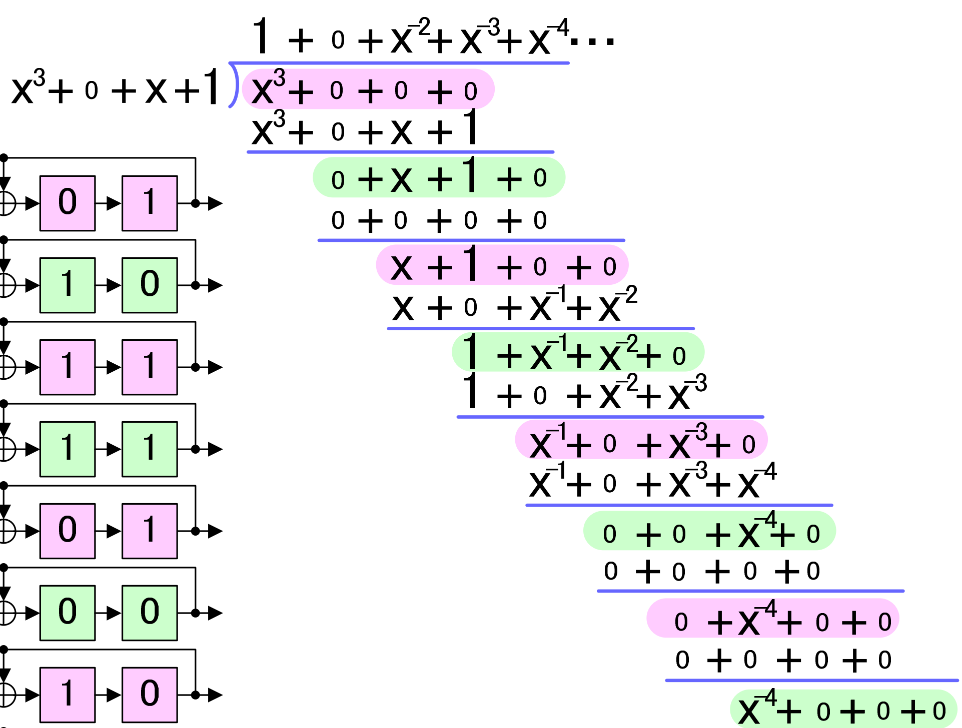


- 右シフトによる遅延はx^{-1}倍
- 商が立ったらg(x)を引く(XOR)



Modulo 2 の除算回路





原始多項式

- 多項式除算で割り切れないときに，商の周期を最大とする（M系列）除算の分母の多項式を原始多項式と呼ぶ

  例）$g(x)=x^3+x+1$
- 整数除算での素数のようなもの

代表的な原始多項式

次数	原始多項式	周期	次数	原始多項式	周期
1	$x+1$	1	9	x^9+x^4+1	511
2	x^2+x+1	3	10	$x^{10}+^{3}+1$	1023
3	x^3+x+1	7	11	$x^{11}+x^2+1$	2047
4	x^4+x+1	15	12	$x^{12}+x^6+x^4+x+1$	4095
5	x^5+x^2+1	31	13	$x^{13}+x^4+x^3+x+1$	8191
6	x^6+x+1	63	14	$x^{14}+x^{10}+x^6+x+1$	16383
7	x^7+x^3+1	127	15	$x^{15}+x+1$	32767
8	$x^8+x^4+x^3+x^2+1$	255	16	$x^{16}+x^{12}+x^3+x+1$	65535